

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

A.M. УЛАНОВ

**ДИНАМИКА И ПРОЧНОСТЬ АВИАЦИОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ
И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УСТАНОВОК**

САМАРА 2011

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

A.M. УЛАНОВ

ДИНАМИКА И ПРОЧНОСТЬ АВИАЦИОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ
И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УСТАНОВОК

*Утверждено Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного пособия*

С А М А Р А
Издательство СГАУ
2011

УДК СГАУ: 621.452.3.539.4(075)

ББК СГАУ: 39.55

У

Рецензенты:

Уланов А.М.

У **Динамика и прочность авиационных двигателей и энергетических установок:** учеб. пособие / А. М. Уланов. – Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2011. – 49 с.: ил.

ISBN

Рассмотрены основные понятия теории упругости, методы расчета на статическую прочность лопаток и дисков газотурбинных двигателей, основы теории пластичности и ползучести, колебания роторов газотурбинных двигателей, основы вибродиагностики.

Лекции предназначены для студентов двигателестроительных факультетов, обучающихся по специальности "Авиационные двигатели и энергетические установки".

УДК СГАУ: 621.452.3.539.4(075)

ББК СГАУ: 39.55

ISBN

© Самарский государственный
аэрокосмический университет, 2011

СОДЕРЖАНИЕ

1. Элементы теории упругости.	5
1.1. Формулы Коши	5
1.2. Объемные деформации	6
1.3. Закон Гука для объемного напряженного состояния	6
2. Пределы прочности	8
3. Расчет лопатки ГТД на статическую прочность.	10
3.1. Определение интенсивности газодинамических сил	10
3.2. Определение центробежной нагрузки.....	12
3.3. Растяжение лопатки	12
3.4 Изгиб лопатки	13
3.5. Разгрузка лопатки от напряжений изгиба посредством центробежных сил.....	15
3.6. Определение запаса прочности лопатки	16
4. Расчет диска рабочего колеса на статическую прочность.	17
4.1. Получение системы дифференциальных уравнений.....	17
4.2. Граничные условия.....	19
4.3. Особенности распределения напряжений в неравномерно нагретом диске.....	20
4.4. Оценка местной прочности диска.....	21
4.5. Запас прочности диска по разрушающим оборотам.....	21
5. Основы теории пластичности и ползучести	24
5.1. Пластичность.....	24
5.2. Ползучесть.....	26
6. Колебания ротора	28
6.1. Динамика простейшего ротора.....	28
6.2. Влияние податливости опор на критическую частоту вращения ротора.....	34
6.3. Критические частоты вращения ротора на анизотропных упругих опорах.....	36
6.4. Влияние гироскопического момента на собственные частоты колебаний ротора..	40
6.5. Критические частоты анизотропного вала.....	42
6.6. Методы борьбы с опасными изгибными колебаниями роторов.....	42
7. Основы вибродиагностики	46
8. Основы эквивалентных испытаний	48

1. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

1.1. Формулы Коши.

Обозначим u - деформацию в направлении оси X , v – в направлении оси Y , w – в направлении оси Z . Выделим в твердом теле бесконечно малый параллелепипед с ребрами dx, dy, dz . В плоскости Oxz при деформации ребра AC и BC переходят в ребра $A'C'$ и $B'C'$. Перемещения точек показаны на рис. 1.1. Это дает возможность определить линейную относительную деформацию

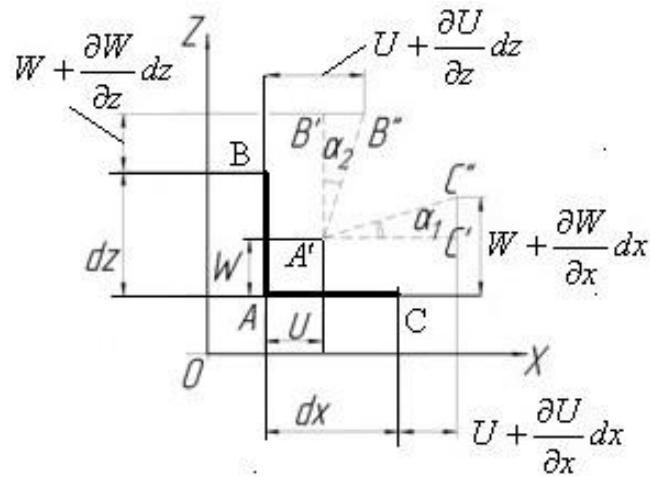


Рис.1.1. Перемещения в бесконечно малом элементе

$$\varepsilon_x = \frac{dx + u + \frac{\partial x dx}{\partial u} - u - dx}{dx} = \frac{\partial u}{\partial x} . \quad (1.1)$$

Аналогично можно получить

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} , \quad (1.2)$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} . \quad (1.3)$$

Угловая деформация в плоскости Oxz равна сумме углов поворота ребер параллелепипеда:

$$\gamma_{zx} = \alpha_1 + \alpha_2 .$$

Предполагая, что линейные и угловые относительные деформации малы,

$$\alpha_1 \approx \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{w + \frac{\partial w}{\partial x} dx - w}{dx + u + \frac{\partial u}{\partial x} dx - u} = \frac{\frac{\partial w}{\partial x}}{1 + \varepsilon_x} \approx \frac{\partial w}{\partial x} ,$$

$$\alpha_2 \approx \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{u + \frac{\partial u}{\partial z} dz - u}{dz + w + \frac{\partial w}{\partial z} dz - w} = \frac{\frac{\partial u}{\partial z}}{1 + \varepsilon_z} \approx \frac{\partial u}{\partial z}$$

$$\text{и } \gamma_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} . \quad (1.4)$$

Аналогично можно получить

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} , \quad (1.5)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \quad (1.6)$$

Формулы (1.1) - (1.6) – это формулы Коши.

1.2. Объёмные деформации

Выделим бесконечно малый объем $dv = dx dy dz$. При деформации он переходит в объем $dv' = dx(1 + \varepsilon_x)dy(1 + \varepsilon_y)dz(1 + \varepsilon_z)$.

Относительная объемная деформация (предполагая, что попарные произведения $\varepsilon_x \varepsilon_y$ и т.д. малы) равна

$$\Theta = \frac{dv' - dv}{dv} \approx \frac{dxdydz + dxdydz\varepsilon_x + dxdydz\varepsilon_y + dxdydz\varepsilon_z - dxdydz}{dxdydz} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z .$$

1.3. Закон Гука для объёмного напряженного состояния

Рассмотрим деформацию в направлении оси X:

Деформация от напряжения σ_x будет равна $\varepsilon'_x = \frac{\sigma_x}{E}$, где E – модуль упругости.

Деформация от напряжения σ_y будет равна $\varepsilon''_x = -\mu \frac{\sigma_y}{E}$, где μ – коэффициент Пуассона.

Деформация от напряжения σ_z будет равна $\varepsilon'''_x = -\mu \frac{\sigma_z}{E}$.

Температурная деформация в направлении оси X будет равна $\varepsilon_{xt} = \alpha \Delta T$,

где α – коэффициент линейного расширения, ΔT – разность температур.

Тогда полная деформация в направлении оси X равна их сумме:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \mu \sigma_y - \mu \sigma_z) + \alpha \Delta T \quad (1.7)$$

Аналогично можно получить

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \mu\sigma_x - \mu\sigma_z) + \alpha\Delta T \quad (1.8)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}(\sigma_z - \mu\sigma_x - \mu\sigma_y) + \alpha\Delta T \quad (1.9)$$

Для угловых деформаций

$$\gamma_{xy} = \tau_{xy} / G \quad (1.10)$$

$$\gamma_{yz} = \tau_{yz} / G \quad (1.11)$$

$$\gamma_{zx} = \tau_{zx} / G \quad (1.12)$$

где $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$ - модуль сдвига, τ - соответствующее касательное напряжение.

Формулы (1.7) \div (1.12) – это закон Гука для объёмного напряженного состояния.

2. ПРЕДЕЛЫ ПРОЧНОСТИ

Программа расчета на прочность не делает заключения о разрушении детали. Вывод об этом может сделать только конструктор на основе сравнения рассчитанных напряжений с допускаемыми предельными. Допускаемые предельные напряжения зависят от условий работы детали.

Из курса сопротивления материалов известны предел упругости σ_y и предел прочности σ_e . Важное значение для нагретых деталей двигателя имеет предел длительной прочности σ_{et}^T - напряжение, которое материал выдерживает при температуре Т в течение времени τ .

Для расчета запаса прочности при переменных напряжениях следует использовать предел выносливости σ_{-1} . В этом случае необходимо вычислить среднее напряжение

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}, \text{ амплитудное напряжение } \sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \text{ (рис. 2.1). Запас прочности}$$

$$n = \frac{\sigma_{-1}}{k_a \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m}, \text{ где } k_a \text{ - коэффициент концентрации напряжений, зависящий от}$$

состояния поверхности детали, наличия малых отверстий, малых радиусов перехода между поверхностями и т.д. Предел выносливости зависит от количества циклов нагружения (рис. 2.2).

Все пределы прочности по нормальным напряжениям имеют свои аналоги по касательным напряжениям τ_e , τ_{-1} и т.д. Поскольку касательные напряжения более опасны (вызывая раскрытие микротрещин), эти пределы в 2 ... 4 раза меньше, чем по нормальным напряжениям (в зависимости от склонности материала к образованию трещин).

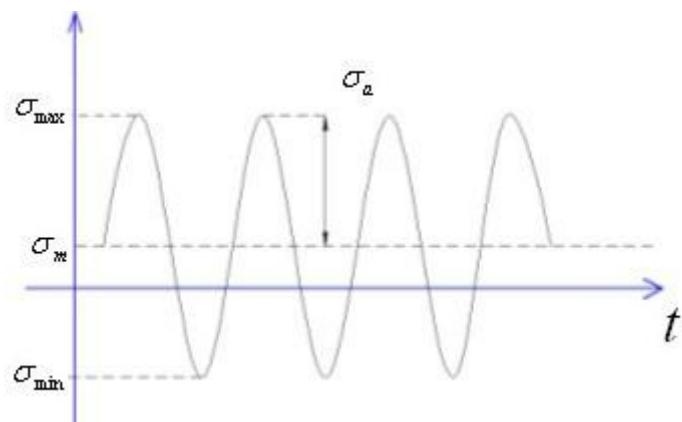


Рис. 2.1. Определение среднего и амплитудного напряжений

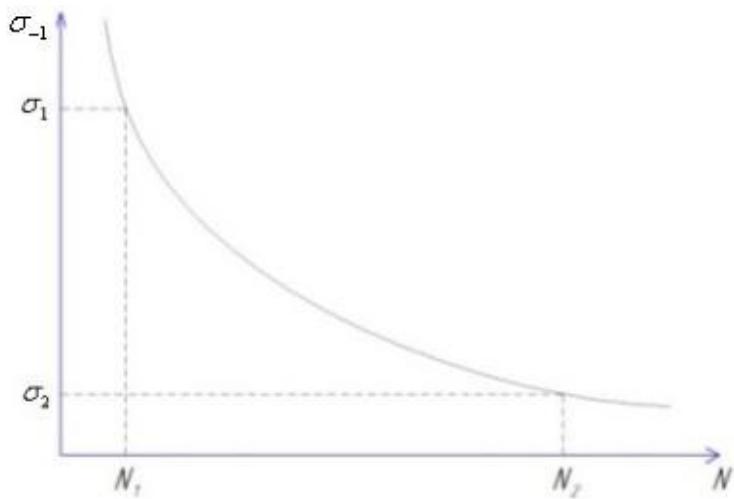


Рис. 2.2. Зависимость предела выносливости от числа циклов нагружения

Далее будет рассмотрен предел ползучести $\sigma_{\varepsilon\tau}^T$, существуют и другие пределы прочности. При этом даже одна и та же деталь может иметь различные пределы прочности в различных условиях. Так, для поршневого кольца двигателя внутреннего сгорания пределом прочности в рабочих условиях является $\sigma_{\varepsilon\tau}^T$ (кольцо обеспечивает уплотнение, подвергаясь постоянному давлению со стороны стенок цилиндра при высокой температуре). Но при надевании кольца на поршень пределом прочности является предел упругости σ_y (необходимо сохранить форму кольца).

3. РАСЧЕТ ЛОПАТКИ НА СТАТИЧЕСКУЮ ПРОЧНОСТЬ

Допустим, что лопатка – закругленный стержень переменного сечения. Будем рассматривать ее в рамках гипотезы Кирхгофа – Лява. Примем систему координат, в которой ось Y совпадает с осью рабочего колеса (РК) и направлена по газовому потоку, ось r направлена по радиусу и проходит через центр тяжести корневого сечения.

Линия, соединяющая центры тяжести всех сечений лопатки, называется осевой. В общем случае это – кривая, не совпадающая с осью r . На лопатку действуют газодинамические и центробежные силы. Определим их.

3.1. Определение интенсивности газодинамических сил

Выделим двумя цилиндрическими поверхностями радиусом r и $r+dr$ бесконечно малую струйку газа с массой dm , обтекающую одну лопатку (рис. 3.1).

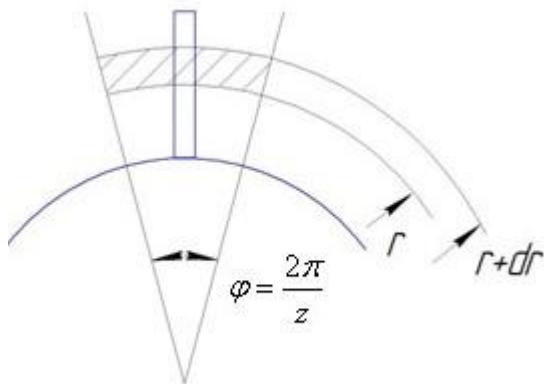


Рис. 3.1. Бесконечно малая струйка газа

Пусть z – число лопаток; P_1 и ρ_1 , P_2 и ρ_2 - давление и плотность потока соответственно перед и за РК; \vec{C}_1 , C_{1a} и C_{1u} , \vec{C}_2 , C_{2a} и C_{2u} - полная, осевая и окружная скорости потока соответственно перед и за РК; $d\vec{N}$, dN_a и dN_u - полная, осевая и окружная силы, с которыми лопатка действует на бесконечно малую струйку газа; $d\vec{Q}$, dQ_a и dQ_u - полная, осевая и окружная силы, с которыми бесконечно малая струйка газа действует на лопатку (рис. 3.2).

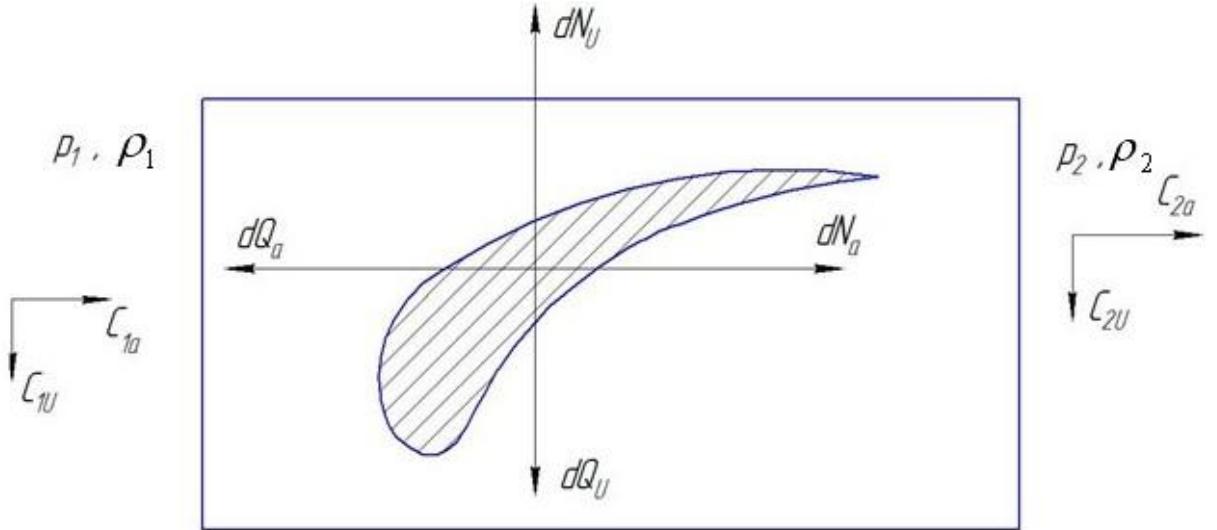


Рис. 3.2. Изменение параметров газового потока

При взаимодействии с лопаткой за время Δt бесконечно малая струйка газа меняет свою скорость. Соответственно меняется ее импульс. По закону сохранения импульса

$$d\vec{N} \times \Delta t = dm \times (\vec{C}_2 - \vec{C}_1)$$

Если расход газа в струйке dG , то

$$dm = dG \times \Delta t.$$

Тогда

$$d\vec{N} = dG \times (\vec{C}_2 - \vec{C}_1),$$

или в проекциях на оси координат

$$dN_a = dG \times (C_{2a} - C_{1a}),$$

$$dN_u = dG \times (C_{2u} - C_{1u}).$$

Расход газа равен

$$dG = \frac{2\pi}{z} r dr C_{1a} \rho_1 = \frac{2\pi}{z} r dr C_{2a} \rho_2.$$

В осевом направлении:

$$dN_a = \frac{2\pi}{z} r dr (P_1 - P_2) - dQ_a,$$

откуда

$$dQ_a = \frac{2\pi}{z} r dr (P_1 - P_2) - dG(C_{2a} - C_{1a}) = \frac{2\pi}{z} r dr [P_1 - P_2 - \rho_2 (C_{2a}^2 - C_{2a} C_{1a})]. \quad (3.1)$$

В окружном направлении:

$$dQ_u = -dN_u = -\frac{2\pi}{z} r dr C_{2a} \rho_2 (C_{2u} - C_{1u}) \quad (3.2)$$

Уравнения (3.1) и (3.2) определяют газовую нагрузку. Для расчёта часто используют интенсивность газовых сил в осевом направлении

$$P_{ra} = \frac{dQ_a}{dr} = \frac{2\pi}{z} r [P_1 - P_2 - \rho_2 (C_{2a}^2 - C_{2a} C_{1a})] \quad (3.3)$$

и в окружном направлении

$$P_{ru} = \frac{dQ_u}{dr} = -\frac{2\pi}{z} r C_{2a} \rho_2 (C_{2u} - C_{1u}) \quad (3.4)$$

Интенсивность представляет собой погонную нагрузку и измеряется в Н/м. Для РК турбин интенсивность окружной газовой нагрузки, как правило, направлена по вращению РК. Интенсивность осевой газовой нагрузки для турбин, как правило, направлена по потоку, для компрессоров – против потока. В первом приближении можно принять, что газовая нагрузка равномерно распределена по корытцу лопатки по хорде лопатки b , тогда ее можно задать в конечно-элементной программе как давление $p_{sa} = \frac{P_{ra}}{b}$ и $p_{su} = \frac{P_{ru}}{b}$.

3.2. Определение центробежной нагрузки

Центробежная сила на бесконечно малый участок лопатки с массой dm равна

$$dQ_c = dm\omega^2 R = Fdr\rho\omega^2 R,$$

где ρ – плотность материала лопатки, F – площадь сечения лопатки, R – расстояние до оси вращения Y , ω – угловая скорость вращения. Спроектируем эту силу на оси r и X .

$$dQ_{cr} = Fdr\rho\omega^2 R \cos\alpha,$$

$$dQ_{cx} = Fdr\rho\omega^2 R \sin\alpha.$$

Поскольку $R \cos\alpha = r$, $R \sin\alpha = x$, то

$$dQ_{cr} = Fdr\rho\omega^2 r,$$

$$dQ_{cx} = Fdr\rho\omega^2 x.$$

Аналогично, если рассмотреть плоскость О rY , можно получить

$$dQ_{cy} = Fdr\rho\omega^2 y.$$

При расчете лопатки методом конечных элементов нагрузка от центробежной силы задается как объемная. Интенсивность объемной нагрузки

$$P_{vr} = \frac{dQ_{cr}}{Fdr} = \rho\omega^2 r, \quad P_{vx} = \frac{dQ_{cx}}{Fdr} = \rho\omega^2 x; \quad P_{vy} = \frac{dQ_{cy}}{Fdr} = \rho\omega^2 y. \quad (3.5)$$

1.3. Раствжение лопатки

Лопатка растягивается под действием центробежной силы. Если r_n , r_k и r_b – радиусы центров тяжести периферийного и корневого сечений и бандажной полки соответственно, а m_b – масса бандажной полки, то центробежная сила в текущем сечении с координатой r

$$Q_{cr} = \int_r^{r_n} dQ_{cr} + m_b r_b \omega^2 = \int_r^{r_n} F\rho\omega^2 r dr + m_b r_b \omega^2. \quad (3.6)$$

Этот интеграл приходится брать численно, так как площадь сечения лопатки изменяется по ее высоте.

Напряжения растяжения от центробежных сил в текущем сечении с площадью F_r равны

$$\sigma_r = \frac{Q_{cr}}{F_r}$$

3.4. Изгиб лопатки

Выделим бесконечно малый элемент лопатки между двумя цилиндрическими поверхностями радиусом r и $r+dr$. Его центр тяжести расположен в точке $B(x, y, r)$ (рис.4.3). Определим моменты, которые создадут действующие на него силы в текущем сечении с центром тяжести, расположенным в точке $A(x_1, y_1, r_1)$.

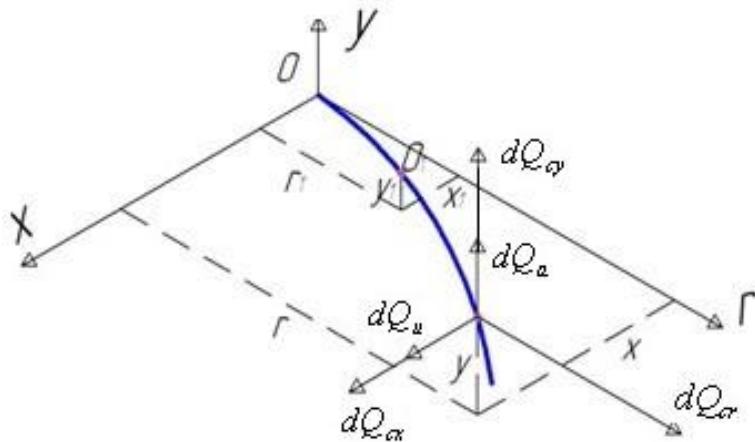


Рис.3.3. Расчетная схема для изгиба лопатки

$$dM_x = -dQ_{cr}(y - y_1) + dQ_a(r - r_1) + dQ_{cy}(r - r_1) , \quad (3.7)$$

$$dM_y = dQ_{cr}(x - x_1) - dQ_u(r - r_1) - dQ_{ex}(r - r_1) . \quad (3.8)$$

Полные изгибающие моменты в текущем сечении

$$M_x = \int_{r_1}^{r_n} dM_x , \quad M_y = \int_{r_1}^{r_n} dM_y . \quad (3.9)$$

Видно, что величина и знак моментов зависит от пространственного положения осевой линии лопатки. Если линия расположена вдоль оси лопатки, то всегда $x - x_1 = 0$, $y - y_1 = 0$, и также $dQ_{ex} = 0$ и $dQ_{cy} = 0$, изгибающий момент определяется только газовыми силами.

Пусть η , ξ - главные центральные оси системы координат с центром в центре тяжести сечения лопатки (рис. 3.4), α - угол между осями этой системы координат и системы координат OXY . Тогда

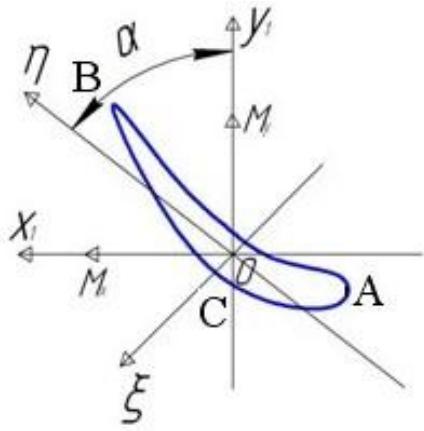


Рис.3.4. Главные центральные оси координат

$$M_{\xi} = M_x \cos \alpha - M_y \sin \alpha ,$$

$$M_{\eta} = M_x \sin \alpha + M_y \cos \alpha .$$

Напряжения изгиба σ_b будут складываться из напряжений изгиба от обоих этих моментов. Напряжение изгиба от момента M_{ξ} :

$$\sigma_{b1} = -\frac{M_{\xi}}{W_{\xi}} = -\frac{M_{\xi}}{J_{\xi}}\eta ,$$

где W_{ξ} и J_{ξ} - соответственно момент сопротивления изгибу и момент инерции относительно оси ξ . Напряжение изгиба от момента M_{η} :

$$\sigma_{b2} = \frac{M_{\eta}}{W_{\eta}} = \frac{M_{\eta}}{J_{\eta}}\xi ,$$

где W_{η} и J_{η} - соответственно момент сопротивления изгибу и момент инерции относительно оси η . Суммарное напряжение изгиба

$$\sigma_b = \frac{M_{\eta}}{J_{\eta}}\xi - \frac{M_{\xi}}{J_{\xi}}\eta . \quad (3.10)$$

Наибольшие напряжения изгиба будут в точке, наиболее удаленной от нейтральной линии. На нейтральной линии напряжения изгиба равны нулю, то есть

$$\frac{M_{\eta}}{J_{\eta}}\xi - \frac{M_{\xi}}{J_{\xi}}\eta = 0 ,$$

отсюда уравнение нейтральной линии

$$\xi = \frac{J_{\eta}}{M_{\eta}} \frac{M_{\xi}}{J_{\xi}} \eta = a\eta .$$

Это – уравнение прямой линии. Моменты близки по величине, а $J_{\eta} = 0.01...0.05J\xi$, поэтому a мало и нейтральная линия близка к оси η .

Напряжения изгиба наибольшие в трех характерных точках, наиболее удаленных от нейтральной линии: А на входной кромке, В – на выходной и С – на спинке лопатки. В них обычно и рассчитывают напряжения.

3.5. Разгрузка лопатки от напряжений изгиба посредством центробежных сил

Знак момента от центробежных сил зависит от пространственного положения осевой линии лопатки. Поэтому лопатку можно спроектировать так, чтобы момент от центробежных сил в любом сечении компенсировал момент от газовых сил. Для этого необходимо сместить осевую линию от оси r . Это смещение называют выносом центров тяжести сечений. Оно выполняется в окружном и в осевом направлениях (рис. 4.5).

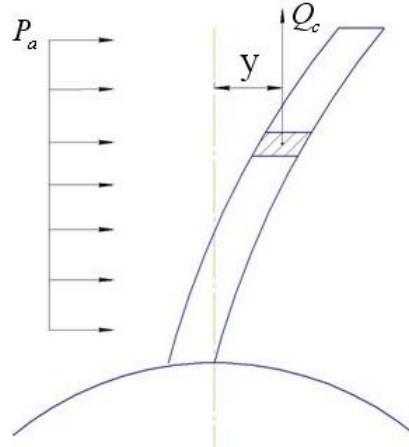


Рис. 3.5. Вынос центров тяжести сечений лопатки в направлении оси y

Величина выноса зависит от соотношения газовых и центробежных сил. Они изменяются различным образом по режимам двигателя. $P_c = f(\omega^2)$, $P_e = f(P, \rho, c)$. Поэтому рассматривают не полную, а частичную компенсацию момента изгиба на одном из режимов, обычно максимальном.

$$M_{cx} + \lambda M_{ex} = 0, \quad (3.11)$$

$$M_{cy} + \lambda M_{ey} = 0, \quad (3.12)$$

где коэффициент компенсации $\lambda = 0.5...0.7$.

Чтобы компенсация была во всех сечениях, осевая линия лопатки должна иметь сложную пространственную форму. Рассмотрим более простой случай, когда осевая линия прямолинейна, выносы изменяются по линейному закону

$$x = a_x r + b_x, \quad y = a_y r + b_y.$$

Определим постоянные коэффициенты. При линейном законе изменения выносов компенсация возможна только в одном сечении. Обычно выбирается сечение, где напряжения изгиба максимальны, это – корневое сечение. В нем выносы отсутствуют, поэтому $b_x = -a_x r_k$, $b_y = -a_y r_k$. Тогда $x = a_x(r - r_k)$, $y = a_y(r - r_k)$.

Из условия компенсации (пренебрегая моментом от dQ_{cy} , так как $dQ_{cy} \ll dQ_{cr}$):

$$-\int_{r_1}^{r_n} P_{cr}(y - y_1) dr + \lambda \int_{r_1}^{r_n} P_a(r - r_1) dr = 0. \quad (3.13)$$

Из выражения для выносов центра тяжести

$$y - y_1 = a_y(r - r_k) - a_y(r_1 - r_k) = a_y(r - r_1).$$

Подставив это в (3.13), получим

$$-a_y \int_{r_1}^{r_n} P_{cr}(r - r_1) dr + \lambda \int_{r_1}^{r_n} P_a(r - r_1) dr = 0.$$

Из этого уравнения можно найти коэффициент a_y . Коэффициент a_x определяется аналогично. Интегралы рассчитываются численными методами.

При действии газовых и центробежных сил сечения лопатки получают упругие смещения, которые могут быть соизмеримы с выносами сечений. Эти смещения изменяют величину изгибающих моментов и напряжений изгиба. При уточненном определении выносов центров тяжести сечений необходимо учитывать эти упругие смещения.

3.6. Определение запаса прочности лопатки

При расчете лопатки на статическую прочность определяются коэффициент запаса по несущей способности

$$K_b = \frac{\sigma_{\text{lim}}}{\sigma_r}$$

и коэффициент запаса по местной прочности

$$K_m = \frac{\sigma_{\text{lim}}}{\sigma_{\text{max}}}.$$

Здесь σ_r - напряжение растяжения от центробежных сил, $\sigma_{\text{max}} = \sigma_r + \sigma_b$ - максимальное напряжение растяжения и изгиба, σ_{lim} - предельное напряжение. Для лопаток компрессора $\sigma_{\text{lim}} = \sigma_e$ - пределу мгновенной прочности, для лопаток турбин $\sigma_{\text{lim}} = \sigma_{et}^t$ - пределу длительной прочности.

По нормам прочности

$$K_b \geq 1.8, \quad K_m \geq 1.65.$$

4. РАСЧЕТ ДИСКА РАБОЧЕГО КОЛЕСА НА ПРОЧНОСТЬ

4.1. Получение системы дифференциальных уравнений

Основные допущения:

- 1) диск симметричен относительно своей срединной поверхности;
- 2) температура постоянна по толщине диска;
- 3) напряжения постоянны по толщине диска;
- 4) напряжения по окружности диска постоянны;
- 5) в сечении диска, полученном радиальными и цилиндрическими поверхностями, оси которых совпадают с осью диска, действуют только нормальные напряжения и отсутствуют касательные напряжения.

Выделим в диске двумя радиальными плоскостями, расположенными под углом $d\varphi$, и двумя цилиндрическими поверхностями с радиусами r и dr , бесконечно малый элемент и рассмотрим условия его равновесия (рис.3.1).

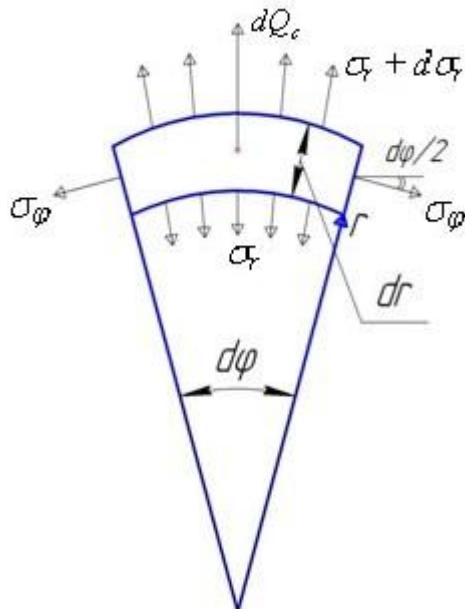


Рис.4.1. Бесконечно малый элемент диска и силы, действующие на него

Толщина диска на радиусе r равна h , на радиусе $r+dr$ толщина диска равна $h+dh$. Плотность материала диска ρ . На элемент действуют радиальные напряжения σ_r и $\sigma_r + d\sigma_r$, окружные напряжения σ_φ , центробежная сила

$$dQ_c = rd\varphi dr h \rho r \omega^2.$$

Рассмотрим проекции всех сил на ось r :

$$(\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr)d\varphi(h + dh) - \sigma_r rh d\varphi - 2\sigma_\varphi drh \sin(d\varphi/2) + rd\varphi drh \rho r \omega^2 = 0 \quad (4.1)$$

Учтем

$$(\sigma_r + d\sigma_r)(h + dh) = \sigma_r h + \sigma_r dh + d\sigma_r h + d\sigma_r dh \approx \sigma_r h + d(\sigma_r h).$$

Тогда (3.1) примет вид

$$(\sigma_r h + d(\sigma_r h))(r + dr)d\varphi - \sigma_r rh d\varphi - 2\sigma_\varphi drh \sin(d\varphi/2) + rd\varphi drh \rho r \omega^2 = 0.$$

После приведения подобных, учета $2\sin(d\varphi/2) \approx d\varphi$ и сокращения на $d\varphi$, получим
 $\sigma_r h dr + d(\sigma_r h)r - h\sigma_\varphi dr + rh\rho r\omega^2 dr = 0$.

Учитывая, что напряжение равномерно распределено по толщине диска, перейдем к погонным силам

$$N_r = \sigma_r h, \quad N_\varphi = \sigma_\varphi h.$$

Получим

$$d(N_r)r = -N_r dr + N_\varphi dr - rh\rho r\omega^2 dr.$$

Разделив на rdr , получим

$$\frac{dN_r}{dr} = -\frac{N_r}{r} + \frac{N_\varphi}{r} - \rho\omega^2 rh. \quad (4.2)$$

Запишем для цилиндрической системы координат формулы Коши и закон Гука.

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r};$$

$$\varepsilon_\varphi = \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \varphi}, \text{ поскольку напряженное состояние симметрично, } \frac{\partial v}{\partial \varphi} = 0 \text{ и } \varepsilon_\varphi = \frac{u}{r}.$$

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} (\sigma_r - \mu\sigma_\varphi) + \alpha T,$$

$$\varepsilon_\varphi = \frac{1}{E} (\sigma_\varphi - \mu\sigma_r) + \alpha T.$$

В законе Гука перейдем к погонным силам, умножив и разделив на h и учтя формулы Коши:

$$\varepsilon_r = \frac{1}{Eh} (N_r - \mu N_\varphi) + \alpha \Delta T = \frac{\partial u}{\partial r}, \quad (4.3)$$

$$\varepsilon_\varphi = \frac{1}{Eh} (N_\varphi - \mu N_r) + \alpha \Delta T = \frac{u}{r}. \quad (4.4)$$

Выразим из (4.4)

$$N_\varphi = Eh - \alpha \Delta T Eh + \mu N_r + \frac{u}{r}$$

и подставим в (3.3) и (3.2). Получим:

$$\frac{du}{dr} = -\frac{\mu}{r} u + \frac{1-\mu^2}{Eh} N_r + (1+\mu)\alpha \Delta T;$$

$$\frac{dN_r}{dr} = \frac{Eh}{r^2} u - \frac{(1-\mu)}{r} N_r - \frac{\alpha \Delta T Eh}{r} - \rho \omega^2 hr.$$

Получили систему дифференциальных уравнений первого порядка относительно переменных u и N_r . Она решается численным методом, например, методом Рунге-Кутта.

4.2. Граничные условия

Для решения системы необходимы граничные условия, количество которых должно соответствовать количеству переменных. Можно задать по одному граничному условию на внутреннем и внешнем радиусе диска.

На внутреннем радиусе диска ($r = r_0$) возможны следующие случаи:

1. Диск имеет свободное центральное отверстие. В этом случае $\sigma_r(r_0) = 0$, соответственно, $N_r(r_0) = 0$.
2. Внутренняя поверхность диска жестко закреплена. В этом случае $u(r_0) = 0$.
3. Диск напрессован на вал с давлением p . В таком случае $\sigma_r(r_0) = -p$, соответственно, $N_r(r_0) = -ph_0$.
4. Диск напрессован на вал с натягом Δ . В этом случае $u(r_0) = \Delta$.

На внешнем радиусе диска ($r = r_e$) возможны следующие случаи:

1. Диск свободен (например, маховик без лопаток). В этом случае $\sigma_r(r_e) = 0$, соответственно, $N_r(r_e) = 0$.
2. Диск имеет z лопаток. Напряжение на внешнем радиусе (это радиус дна замковых пазов) создается центробежными силами, действующими на лопатки (P_{cb}), замки (P_{cl}) и межзамковые выступы (P_{cp}).

$$\sigma_r(r_e) = \frac{zP_{cb} + z(P_{cl} + P_{cp})}{2\pi r_e h_e}.$$

Второе слагаемое может быть найдено как центробежная сила от кольца материала между радиусом втулочного сечения лопатки r_k и радиусом r_e .

$$\sigma_r(r_e) = \frac{zP_{cb} + \pi(r_k^2 - r_e^2)h_e\rho\omega^2 \frac{r_k + r_e}{2}}{2\pi r_e h_e}.$$

Для расчета центробежной силы от лопатки определим ее массу. Если известны площади втулочного сечения лопатки F_k , периферийного F_n , а также i промежуточных сечений лопатки длины l , то масса лопатки

$$m_b \approx \frac{\ell}{i+1} \left(\frac{F_n}{2} + F_1 + F_2 + \dots + F_i + \frac{F_k}{2} \right) \rho.$$

Тогда центробежная сила на одну лопатку

$$P_{cb} \approx m_b \omega^2 \frac{r_k + r_n}{2},$$

где r_k и r_n - соответственно, радиусы втулочного и периферийного сечений лопатки.

Если диск не имеет центрального отверстия, в центре диска $\sigma_r(0) = \sigma_\varphi(0)$. Поскольку $r_0 = 0$, возникают трудности, связанные с делением на 0. Более точный способ

– получить другую систему дифференциальных уравнений. При приближенном методе интегрирование начинают с $r_0 = 0.001r_e$ и учитывают условие $\sigma_r(r_0) = \sigma_\varphi(r_0)$.

4.3. Особенности распределения напряжений в неравномерно нагретом диске

Представим диск состоящим из двух колец: внутреннего 1 и внешнего 2. Пусть температура их T_1 и T_2 , причем $T_1 < T_2$, как это обычно бывает у дисков турбин, у которых периферия нагрета более, чем втулка. Кольцо 1 в свободном состоянии расширилось бы меньше, чем кольцо 2 (так как $T_1 < T_2$), но оно прикреплено к кольцу 2. Поэтому в кольце 1 наводятся растягивающие напряжения. Кольцо 2 в свободном состоянии расширилось бы больше, но оно прикреплено к кольцу 1, поэтому в нем наводятся сжимающие напряжения. Поэтому в диске турбины окружные напряжения на периферии могут быть отрицательными, в диске компрессора окружные напряжения на периферии, как правило, положительные. Наибольшие положительные окружные напряжения – в центральном отверстии диска.

Радиальные напряжения в диске со свободным отверстием начинаются с 0 и

$$\text{заканчиваются значением } \sigma_r(r_e) = \frac{zP_{cb} + \pi(r_k^2 - r_e^2)h_e\rho\omega^2 \frac{r_k + r_e}{2}}{2\pi r_e h_e} = \sigma_k, \text{ если диск имеет}$$

лопатки, и 0, если лопаток нет. Распределение радиальных и окружных напряжений в диске с лопатками показано на рис. 4.2.

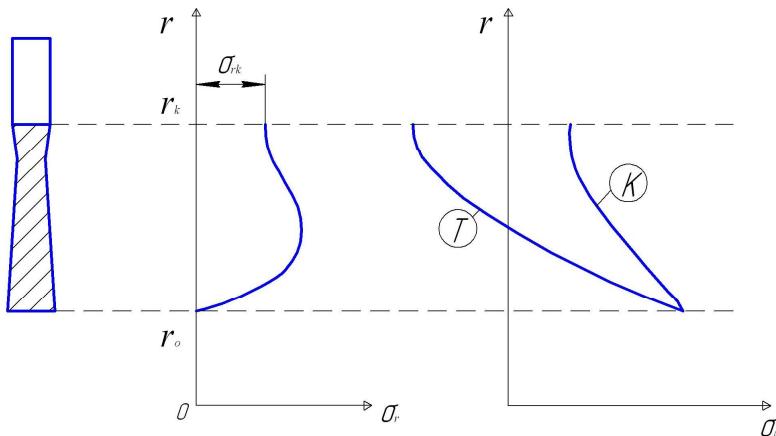


Рис.4.2. Распределение радиальных и окружных напряжений в диске с лопатками
К – компрессор, Т - турбина

Если угловая скорость вращения увеличивается в 2 раза, напряжения увеличиваются в 4 раза, так как центробежная сила пропорциональна квадрату угловой скорости.

Если увеличивается температура втулки диска турбины, то разность температур между втулкой и периферией уменьшается, соответственно, уменьшаются напряжения. Поэтому в ряде двигателей втулку диска нагревают. Однако при этом уменьшается общий предел прочности σ_{bt}^t .

При увеличении толщины диска одновременно во всех сечениях, напряжения меняются незначительно. С одной стороны возрастает центробежная сила от большего количества материала диска, с другой – возрастает площадь, на которую эта сила действует. По этой причине увеличение толщины диска в местах с недостаточным запасом прочности может не дать эффекта. Эффективным может оказаться местное уменьшение толщины диска там, где запас прочности избыточен. Это может снизить центробежную силу, действующую на перегруженные сечения (а также снижает общую массу диска).

4.4. Оценка местной прочности диска

Так как диск находится в плоском напряженном состоянии, запас прочности определяется по эквивалентным напряжениям. По IV теории прочности

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_\varphi^2 - \sigma_r \sigma_\varphi} .$$

Запас прочности

$$K = \frac{\sigma_{lim}}{\sigma_{eq}} .$$

По нормам прочности $K \geq 1.6$.

Для дисков компрессора $\sigma_{lim} = \sigma_e$ - пределу мгновенной прочности, для дисков турбин $\sigma_{lim} = \sigma_{et}^T$ - пределу длительной прочности.

4.5. Запас прочности диска по разрушающим оборотам

Частота вращения диска, при которой он разрушается, называется предельной частотой вращения n_{lim} . Диск может достигнуть предельной частоты вращения при отказе регулятора оборотов, при внезапном снятии нагрузки и т.д. Разрушение диска является недопустимым видом отказа, потому что обломки диска весят несколько десятков килограммов, летят с большой скоростью и разрушают другие конструкции.

Расчет предельной частоты вращения осуществляется на основе теории предельного равновесия. В соответствии с ней напряжения в каком-либо сечении диска не могут превысить предельного значения из-за возникновения в этом сечении значительной пластической деформации. Пластическая деформация приводит к перераспределению напряжений, к росту их в соседних сечениях. Считается, что диск разрушается тогда, когда напряжения достигают предельной величины на всех радиусах. Эта теория справедлива для диска с плавно меняющейся толщиной, при отсутствии концентраторов напряжений.

Рассмотрим равновесие половины диска (рис.4.3).

На диск действует контурная нагрузка σ_{klim} , на бесконечно малый участок поверхности от этой нагрузки приходится сила

$$dQ_k = \sigma_{klim} r_e h_e d\varphi ,$$

ее проекция на ось r

$$dQ_r = \sigma_{k \lim} r_e h_e \cos \varphi d\varphi .$$

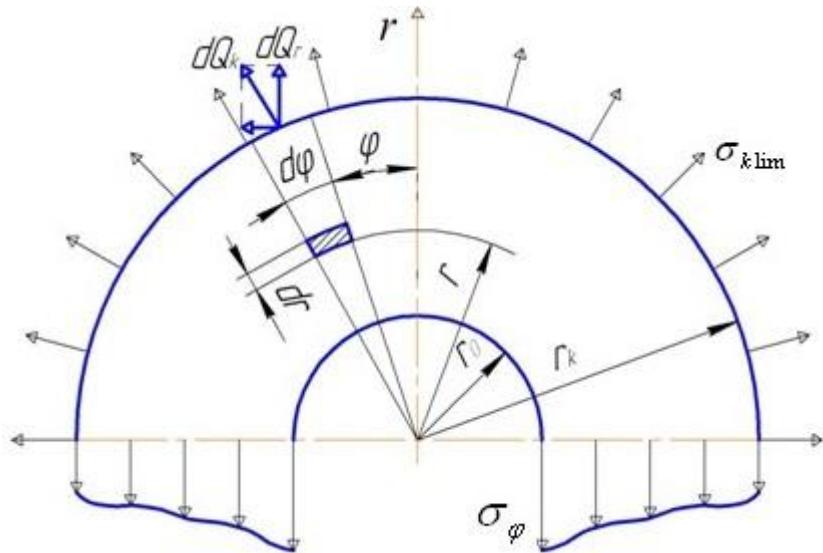


Рис. 4.3. Половина диска в условиях предельных напряжений

Поскольку контурная нагрузка зависит от центробежной силы, она пропорциональна квадрату частоты вращения.

$$\sigma_{k \lim} = \frac{n_{\lim}^2}{n_{\max}^2} \sigma_k ,$$

где n_{\max} - максимальная частота вращения двигателя на взлетном режиме, σ_k - контурная нагрузка на диск при взлетном режиме.

Интегральная сила от предельной контурной нагрузки

$$Q_{kr} = 2 \int_0^{\pi/2} \sigma_k \frac{n_{\lim}^2}{n_{\max}^2} r_e h_e \cos \varphi d\varphi = 2 \sigma_k \frac{n_{\lim}^2}{n_{\max}^2} r_e h_e \int_0^{\pi/2} \cos \varphi d\varphi = 2 \sigma_k \frac{n_{\lim}^2}{n_{\max}^2} r_e h_e \quad (4.5).$$

Центробежная сила, действующая на бесконечно малый элемент диска, равна

$$dQ_c = \rho r dr d\varphi h(r) r (2\pi n_{\lim})^2 .$$

Интеграл ее проекции на ось r :

$$Q_{cr} = 2 \int_0^{\pi/2} \int_{r_0}^{r_e} \rho r^2 dr h(r) (2\pi n_{\lim})^2 \cos \varphi d\varphi = 8\pi^2 n_{\lim}^2 \rho \int_{r_0}^{r_e} h(r) r^2 dr . \quad (4.6)$$

Взять второй интеграл аналитически невозможно, так как толщина диска изменяется по его радиусу не в соответствии с какой-либо функцией.

В случае предельного нагружения окружные напряжения $\sigma_\varphi = \sigma_{bt}^t(r)$. Зависимость от радиуса связана с тем, что температура на разных радиусах разная, а предел длительной прочности зависит от температуры. Проекция силы, вызываемой этими напряжениями, на ось r :

$$Q_{r\varphi} = 2 \int_{r_0}^{r_e} \sigma_{bt}^t(r) h(r) dr \quad (4.7)$$

Этот интеграл также невозможно взять аналитически.

В соответствии с условием равновесия половины диска

$$Q_{kr} + Q_{cr} - Q_{r\varphi} = 0.$$

Подставив значения из (4.5), (4.6), (4.7), получим уравнение для определения n_{\lim} :

$$2\sigma_k \frac{n_{\lim}^2}{n_{\max}^2} r_e h_e + 8\pi^2 n_{\lim}^2 \rho \int_{r_0}^{r_e} h(r) r^2 dr - 2 \int_{r_0}^{r_e} \sigma_{bt}^t(r) h(r) dr = 0 \quad .$$

Запас по разрушающим оборотам $K_e = \frac{n_{\lim}}{n_{\max}} > 1,6$

5. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ И ПОЛЗУЧЕСТИ

5.1. Пластиичность

Если после снятия нагрузки тело полностью возвращается к прежним размерам, оно является идеально упругим. Если после снятия нагрузки тело полностью сохраняет деформированное состояние, оно является идеально пластическим. Конструкционные материалы являются упруго-пластическими – после того, как напряжение в них превышает некоторый предел, часть деформации остается после снятия нагрузки. Этую деформацию называют пластической (рис. 4.1).

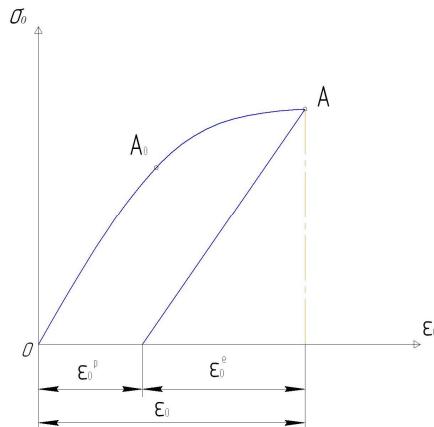


Рис. 5.1. Диаграмма нагрузки и разгрузки упруго-пластического тела

Введем понятия среднего напряжения $\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3}$ и средней деформации $\varepsilon = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z}{3}$.

Состояние всестороннего равномерного растяжения или сжатия пластических деформаций не вызывает. Если вычесть всестороннее растяжение с напряжением, равным среднему, из реального напряженного состояния (НС), получим девиаторное напряженное состояние, ответственное за пластические деформации (рис. 5.2).

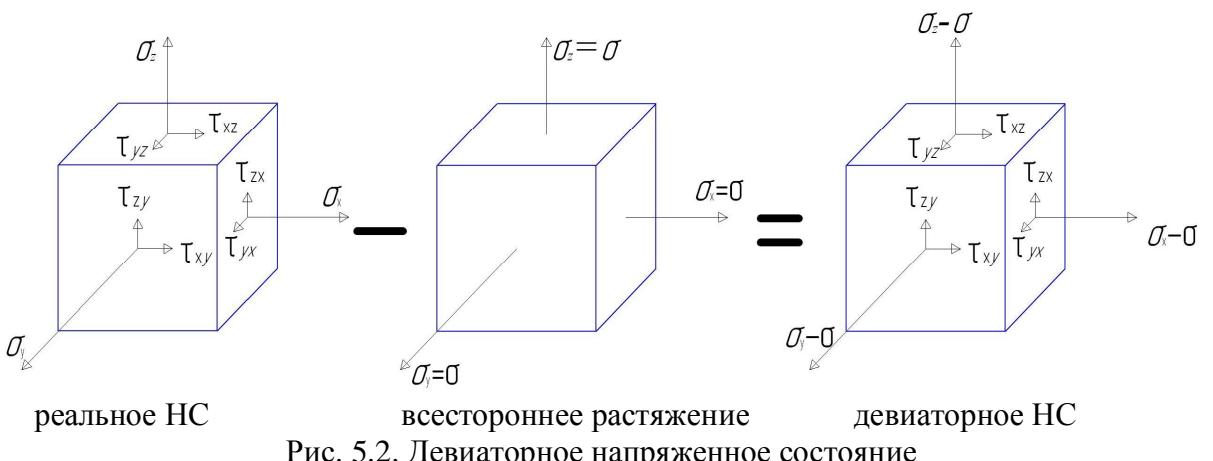


Рис. 5.2. Девиаторное напряженное состояние

Для расчета пластических деформаций используется кривая пластиичности. Для одноосного напряженного состояния она легко определяется экспериментально.

Для того, чтобы использовать кривую, полученную для одноосного НС, для реального многоосного НС, используют понятия интенсивности напряжения σ_i и интенсивности деформации ε_i .

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{3}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma)^2 + (\sigma_y - \sigma)^2 + (\sigma_z - \sigma)^2 + 2\tau_{xy}^2 + 2\tau_{yz}^2 + 2\tau_{xz}^2}} , \quad (5.1)$$

$$\varepsilon_i = \sqrt{\frac{2}{3} \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon)^2 + \frac{1}{2}\gamma_{xy}^2 + \frac{1}{2}\gamma_{yz}^2 + \frac{1}{2}\gamma_{zx}^2}} . \quad (5.2)$$

Для одноосного НС :

$$\sigma_i = \sigma_0 , \quad (5.3)$$

$$\varepsilon_i = \frac{2}{3}(1 + \mu)\varepsilon_0 . \quad (5.4)$$

Здесь μ – коэффициент Пуассона.

Расчет деформируемой детали с учетом пластической деформации ведется методом последовательных приближений при помощи обобщенной кривой деформирования (рис. 4.3) – кривой пластичности, полученной экспериментально для одноосного НС и пересчитанной в координаты ε_i , σ_i при помощи уравнений (4.3), (4.4).

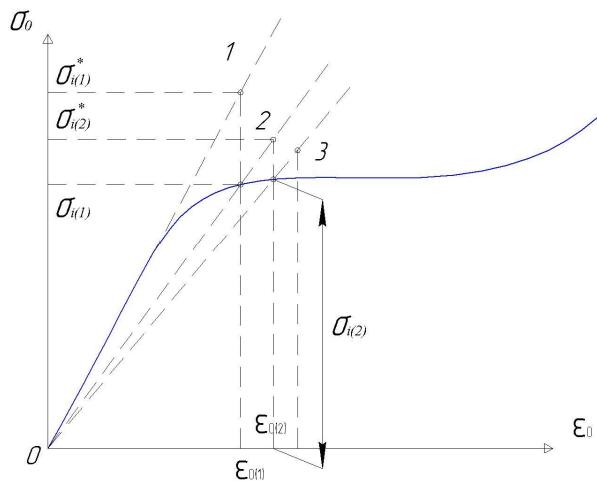


Рис.5.3. Расчет напряжения с учетом пластической деформации

В начале расчета материал принимается абсолютно упругим с табличными значениями модуля упругости E_0 и коэффициента Пуассона μ_0 . При помощи какого-либо расчетного метода (например, метода конечных элементов) определяются напряжения и деформации в детали $\sigma_x^{(1)}; \sigma_y^{(1)}; \dots; \varepsilon_x^{(1)}; \varepsilon_y^{(1)}$. По ним рассчитываются интенсивности напряжений $\sigma_{i(1)}^*$ и деформаций $\varepsilon_{i(1)}$. Точка 1 находится на упругой линии, потому что расчет велся по линейной теории. Если материал при таких напряжениях испытывает пластические деформации, реальным является напряжение $\sigma_{i(1)}$, определяемое при помощи обобщенной кривой деформирования. На основе этого напряжения рассчитывают секущий модуль упругости

$$E_c^{(1)} = \frac{\sigma_{i(1)}}{\varepsilon_{i(1)}}$$

Изменяется также значение коэффициента Пуассона:

$$\mu^{(1)} = \frac{1}{2} - \frac{1-2\mu_0}{2} \frac{E_c^{(1)}}{E_0}$$

Расчет напряжений и деформаций повторяется с новыми значениями модуля упругости и коэффициента Пуассона. Определяется точка 2 с координатами $\varepsilon_{i(2)}$, $\sigma_{i(2)}^*$. Если интенсивность напряжений лежит в зоне пластических деформаций, при помощи

обобщенной кривой деформирования определяется реальное напряжение $\sigma_{i(2)}$, рассчитываются новые значения секущего модуля упругости и коэффициента Пуассона и т.д.

Расчет продолжается до выполнения двух критериев сходимости:

$$\frac{|\sigma_i^{(n+1)} - \sigma_i^{(n)}|}{|\sigma_i^{(n)}|} \leq \Delta_1,$$

который определяет достижение требуемой точности расчета, и

$$\frac{|\sigma_i^{(n)} - \sigma_i^{(n)}}{|\sigma_i^{(n)}|} \leq \Delta_2,$$

который определяет достаточную степень приближения к обобщенной кривой деформирования.

5.2. Ползучесть

Ползучесть – это возрастание пластической деформации с течением времени под действием постоянного напряжения. На кривой ползучести (рис. 5.4), описывающей процесс в зависимости от времени, выделяют три основных участка. На стадии

неустановившейся ползучести скорость ползучести $V^c = \frac{d\varepsilon^c}{dt}$ максимальна в момент времени $t=0$ и постепенно уменьшается. На стадии установившейся ползучести скорость ползучести постоянна и минимальна. На стадии разрушения образуется сетка трещин, приводящая к излому.

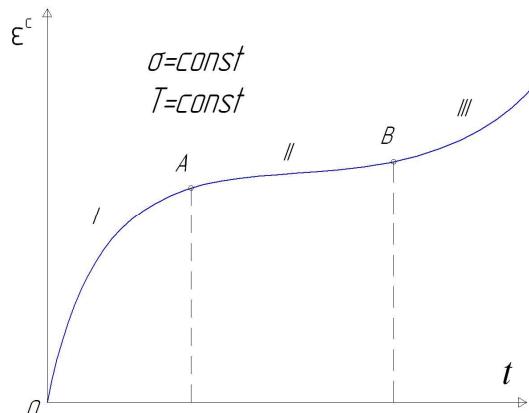


Рис.5.4. Кривая ползучести. 1-стадия неустановившейся ползучести; 2- стадия установившейся ползучести; 3-стадия разрушения.

Ползучесть материала в элементах конструкции допустима до определенной величины – например, при которой лопатка турбины может коснуться статора. Для оценки ползучести материала используется специальная характеристика «предел ползучести» σ_{α}^T . Это напряжение, при котором за время t при температуре T деформация ползучести достигает ε %.

Расчет ползучести основывается на кривых ползучести, полученных для различных напряжений при постоянной температуре (рис. 5.5).

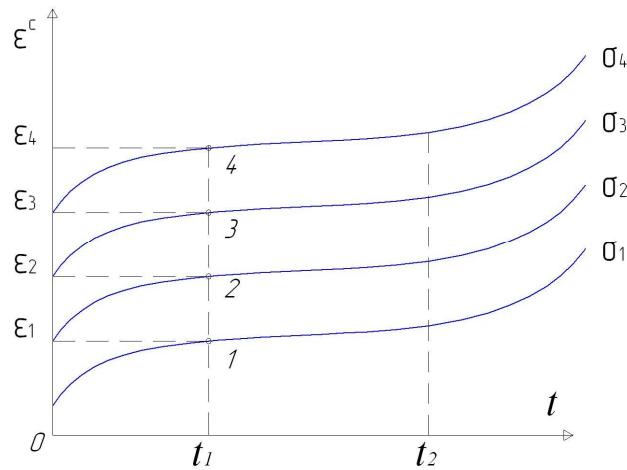


Рис. 5.5. Кривые ползучести для различных напряжений

Выбрав некоторый момент времени t_1 , можно найти деформации ползучести, соответствующие различным напряжениям, и получить изохронную кривую ползучести, соответствующую моменту t_1 , в координатах ε^c, σ (рис. 5.6). Эта кривая аналогична кривой пластичности, и ее используют для расчета пластической деформации за время, равное ресурсу детали.

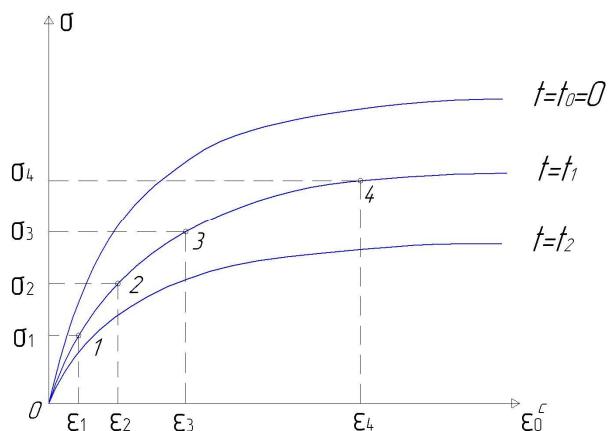


Рис.5.6. Изохронные кривые ползучести

Рассмотренный метод применим только в том случае, если напряжение постоянно (иначе, согласно рис. 5.5., точка должна мгновенно переходить с одной кривой на другую, в реальности на этот процесс требуется значительное время). Если напряжение меняется, используют методы, основанные на интенсивности скорости ползучести.

Ремонт деталей подвергшихся деформации ползучести, путем прямого восстановления размера недопустим, так как нарушена их кристаллическая структура. Требуется переплавка или хотя бы рекристаллизация.

6. КОЛЕБАНИЯ РОТОРОВ

6.1. ДИНАМИКА ПРОСТЕЙШЕГО РОТОРА

Рассмотрим изгибные колебания простейшего ротора, состоящего из невесомого вала, на котором закреплён диск массой m (рис. 6.1).

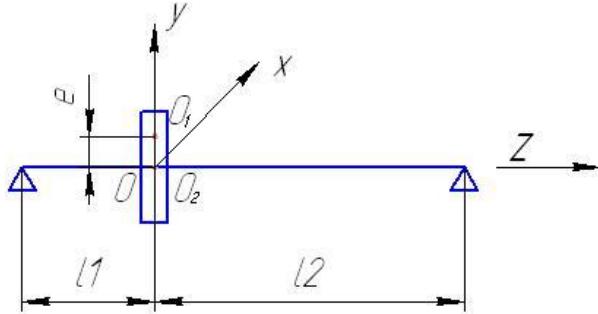


Рис. 6.1. Простейший ротор

Вал вращается на 2-х шарнирных опорах. Допустим, что опоры абсолютно жесткие, и диск расположен посередине вала ($l_1 = l_2$). Точку пересечения оси вала со срединной плоскостью диска (точку крепления диска к валу) обозначим O_2 . Смещение этой точки будет являться прогибом вала в месте расположения диска. Будем считать, что центр масс диска расположен в точке O_1 и смещён относительно оси вала (точки O_2) на величину эксцентриситета e . Будем рассматривать только изгибные колебания ротора. Колебания ротора будем рассматривать в глобальной системе координат $OXYZ$, начало которой расположено на недеформируемой оси опор в точке ее пересечения со срединной плоскостью диска.

Ось Z совпадает с осью опор и направлена так, как это показано на рисунке, оси X , Y находятся в срединной поверхности диска (X – горизонтально; Y – вертикально).

Прогиб вала, т.е. смещение точки O_2 от оси недеформируемого вала будем обозначать как \vec{r} . Проекции этого вектора на оси будем обозначать как \tilde{r}_x , \tilde{r}_y .

Здесь и далее знак «~» обозначает, что данная величина является функцией от времени.

Опоры ротора могут деформироваться, и в этом случае точка O_2 будет смещаться не только за счёт прогиба вала, но и за счёт опор. Полное смещение точки O_2 будем описывать вектором \vec{q} . Проекции этого вектора на оси обозначим как \tilde{q}_x и \tilde{q}_y .

В рассматриваемом случае опоры являются абсолютно жёсткими: $\vec{q} = \vec{r}$.

Смещение центра масс диска (точки O_1) от оси опор будем обозначать вектором \vec{R} .

Его проекции соответственно: \tilde{R}_x, \tilde{R}_y .

Поскольку центр масс диска смещён относительно оси, то говорят, что имеет место массовая неуравновешенность. Из-за ее наличия при вращении ротора с угловой скоростью ω возникает центробежная сила, в результате действия которой вал деформируется. Это приведёт к тому, что вал начнёт не только вращаться относительно своей оси, но и совершать круговое движение вокруг оси опор.

Примем, что в начальный момент времени ($t=0$) точка O_1 располагалась в горизонтальной плоскости, т.е. находилась на оси X. В произвольный момент времени t точки O_1 и O_2 расположены так, как показано на рисунке 6.2.

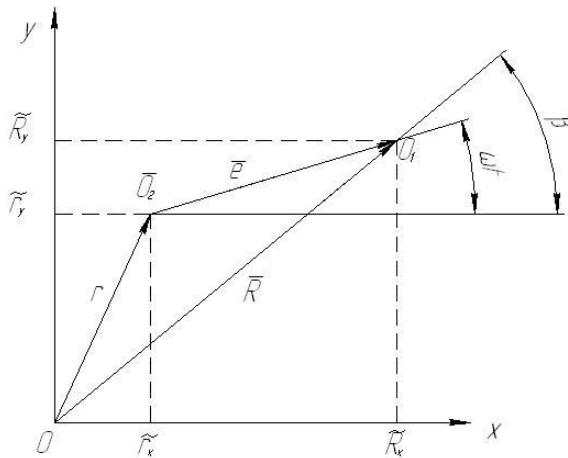


Рис. 6.2. Колебания ротора в плоскости ОХУ

Из рисунка находим:

$$\tilde{R}_x = \tilde{r}_x + e \cdot \cos \omega t = \tilde{q}_x + e \cos \omega t, \quad (6.1)$$

$$\tilde{R}_y = \tilde{r}_y + e \cdot \sin \omega t = \tilde{q}_y + e \sin \omega t. \quad (6.2)$$

Запишем условие равновесия для диска:

$$\bar{Q}_{up} + \bar{Q}_{in} = 0, \quad (6.3)$$

Здесь \bar{Q}_{up} - сила упругости, возникающая в вале при его прогибе; \bar{Q}_{in} - сила инерции.

Сила упругости зависит от прогиба вала и от жесткости вала с:

$$\bar{Q}_{up} = -c\vec{r} \quad (6.4)$$

Сила инерции в соответствии с принципом Даламбера

$$\bar{Q}_{in} = -m\ddot{\vec{R}}, \quad (6.5)$$

Подставив (6.4) и (6.5) в (6.3) с учетом (6.1) и (6.2), получим:

$$-m \frac{d}{dt^2} (\tilde{q}_x + e \cos \omega t) - c\tilde{q}_x = 0 \quad (6.6)$$

$$-m \frac{d}{dt^2} (\tilde{q}_y + e \sin \omega t) - c \tilde{q}_y = 0. \quad (6.7)$$

Разделим все слагаемые уравнений (6.6), (6.7) на массу m , введем обозначение $p^2 = \frac{c}{m}$

(это собственная частота колебаний вала) и продифференцируем по t . Получим:

$$\begin{cases} \ddot{\tilde{q}}_x + p^2 \tilde{q}_x = e\omega^2 \cos \omega t \\ \ddot{\tilde{q}}_y + p^2 \tilde{q}_y = e\omega^2 \sin \omega t \end{cases} \quad (6.8)$$

Решение системы (1.8) имеет вид:

$$\begin{cases} \tilde{q}_x = C_1 \tilde{q}_{x1} + C_2 \tilde{q}_{x2} + \tilde{q}_x \\ \tilde{q}_y = C_3 \tilde{q}_{y1} + C_4 \tilde{q}_{y2} + \tilde{q}_y \end{cases} \quad (6.9)$$

Здесь $\tilde{q}_{x1}, \tilde{q}_{x2}, \tilde{q}_{y1}, \tilde{q}_{y2}$ - любые линейно независимые частные решения однородной системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \ddot{\tilde{q}}_x + p^2 \tilde{q}_x = 0 \\ \ddot{\tilde{q}}_y + p^2 \tilde{q}_y = 0 \end{cases}, \quad (6.10)$$

$C_{1..4}$ - неизвестные постоянные, которые определяются из начальных условий, \tilde{q}_x, \tilde{q}_y - любые частные решения неоднородной системы (6.8).

В соответствии с этим можно записать решение (6.9) в виде:

$$\begin{cases} \tilde{q}_x = C_1 \cos pt + C_2 \sin pt + A \cos \omega t \\ \tilde{q}_y = C_3 \cos pt + C_4 \sin pt + B \sin \omega t \end{cases}. \quad (6.11)$$

Первые два слагаемых в каждом решении описывают свободные колебания вала, которые происходят с собственной частотой вала p и быстро затухают вследствие трения. Поэтому будем рассматривать только вынужденные колебания с частотой ω , представленные третьими слагаемыми.

$$\begin{cases} \tilde{q}_x = A \cos \omega t \\ \tilde{q}_y = B \sin \omega t \end{cases} \quad (6.12)$$

Подставим (6.12) в (6.8). Получим:

$$\begin{cases} -A\omega^2 \cos \omega t + p^2 A \cos \omega t = e\omega^2 \cos \omega t \\ -B\omega^2 \sin \omega t + p^2 B \sin \omega t = e\omega^2 \sin \omega t \end{cases}. \quad (6.13)$$

$$\text{Отсюда } \begin{cases} A = \frac{e\omega^2}{p^2 - \omega^2} \\ B = \frac{e\omega^2}{p^2 - \omega^2} \end{cases}, \quad (6.14)$$

и колебания ротора будут описываться выражениями

$$\tilde{q}_x = \frac{e\omega^2}{p^2 - \omega^2} \cos \omega t; \quad \tilde{q}_y = \frac{e\omega^2}{p^2 - \omega^2} \sin \omega t. \quad (6.15)$$

Проследим за движением ротора в течение промежутка времени, за который вал совершил один полный оборот вокруг своей деформированной оси. Примем, что в момент начала наблюдения $t=0$. Тогда за указанный промежуток времени фаза колебаний ωt изменится от 0 до 2π . Положение сечения вала для различных значений фазы колебаний изображено на рисунке (6.3). Видно, что за один полный оборот вокруг деформированной оси вал также совершил один полный оборот вокруг оси опор.

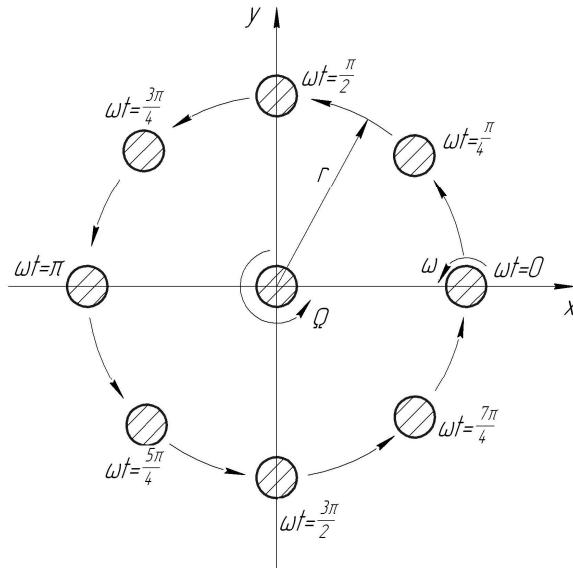


Рис. 6.3. Прецессия ротора

Вращение вала относительно своего положения равновесия называется прецессионным движением, или прецессией ротора. Частоту прецессионного вращения будем обозначать Ω . В рассматриваемом случае частота прецессии равна частоте вращения вала вокруг своей оси, т.е.

$$\omega = \Omega \quad (6.16)$$

В общем случае ω и Ω могут не совпадать как по величине, так и по направлению. При соблюдении условия (6.16) прецессия называется синхронной. Если ω и Ω совпадают по направлению, то прецессия называется прямой, а если прецессионное движение и вращение вала происходит в разные стороны, то прецессия называется обратной.

Определим прогиб вала.

$$r = |\vec{r}| = \sqrt{q_x^2 + q_y^2} = \left| \frac{e\omega^2}{p^2 - \omega^2} \right|. \quad (6.17)$$

Как видно, он является постоянным и не зависит от времени, то есть прецессионное движение происходит по окружности. Прецессия с постоянной амплитудой и угловой скоростью называется регулярной.

Видно, что при $\omega \rightarrow p$ происходит $r \rightarrow \infty$. Резонансное увеличение амплитуды колебаний будет продолжаться до тех пор, пока вся энергия колебаний не будет уходить на преодоление сил трения, или пока вал не разрушится. Частота вращения ротора, на которой он вступает в резонанс, называется его критической частотой вращения.

Рассмотрим, что происходит с центром масс ротора при прохождении резонанса. В соответствии с формулами (6.1) и (6.2)

$$\tilde{R}_x = \frac{e\omega^2}{p^2 - \omega^2} \cos \omega t + e \cos \omega t = \frac{ep^2}{p^2 - \omega^2} \cos \omega t \quad (6.18)$$

$$\tilde{R}_y = \frac{ep^2}{p^2 - \omega^2} \sin \omega t. \quad (6.19)$$

Из (6.18), (6.19) видно, что $\frac{\tilde{R}_y}{\tilde{R}_x} = \tan \omega t$; из (6.15) видно, что также $\frac{\tilde{r}_y}{\tilde{r}_x} = \tan \omega t$.

Т.о. точки O_1 и O_2 расположены на одной прямой.

Если $\omega < p$, то $R = \sqrt{\tilde{R}_x^2 + \tilde{R}_y^2} = \frac{p^2 e}{p^2 - \omega^2} > r$ (рис.6.4).

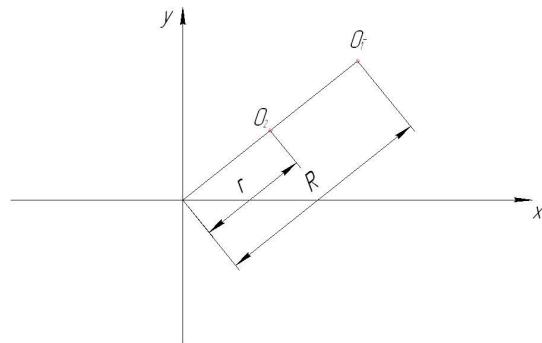


Рис. 6.4. Колебания ротора при $\omega < p$

Если $\omega > p$, то $r > R$ (рис. 6.5).

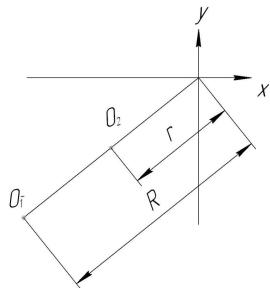


Рис.6.5. Колебания ротора при $\omega > p$

Если $\omega \rightarrow \infty$, $R \rightarrow 0$. Это явление называется самоцентрированием ротора.

В рассмотренной расчетной схеме вал имеет только одну степень свободы (прогиб диска). Реальный ротор ГТД имеет бесконечное множество степеней свободы, а следовательно, собственных частот колебаний и критических вращения. Низшую из них называют первой критической частотой вращения, следующую по возрастанию – второй, и так далее. Критические частоты будем обозначать как $\omega_{k1}, \omega_{k2}, \dots$

Форма колебаний – это относительное распределение перемещений по колеблющемуся телу. Каждой критической частоте соответствует одна и только одна форма колебаний (рис. 6.6). Точки, в которых амплитуда колебаний равна нулю, называются узловыми.

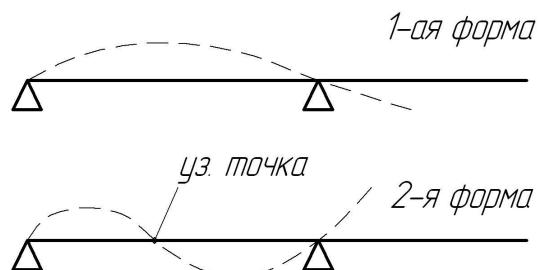


Рис.6.6. Колебания ротора на жестких опорах.

Амплитуда колебаний зависит от соотношения силы, вызывающей колебания (в данном случае, центробежная сила, зависящая от массы ротора, эксцентриситета и угловой скорости вращения) и силы трения. Однако соотношения амплитуд между собой сохраняются для каждой формы колебаний (рис. 6.7).

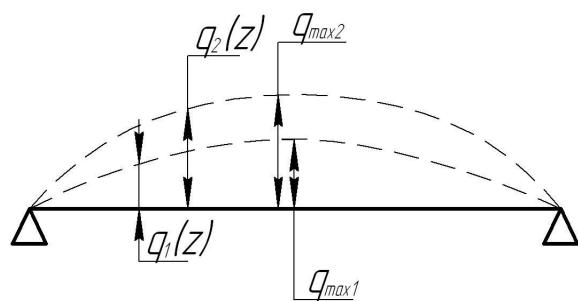


Рис. 6.7. Первая форма колебаний ротора при различных амплитудах

Роторы ГТД, делятся на жёсткие и гибкие. Ротор называется жёстким, если его максимальная частота вращения ω_{\max} меньше $0,5 \dots 0,7 \omega_{k1}$. Если уравнение не выполняется, то ротор называется гибким. Преимуществом гибкого ротора, у которого $\omega_{k1} < \omega_{\max}$, является то, что после прохождения критической частоты вращения он

самоцентрируется. К его недостаткам относится то, что при запуске и остановке двигателя ротор проходит через резонанс. Чтобы при этом избежать разрушения ротора, обычно используются демпферы колебаний, которые будут рассмотрены далее.

6.2. ВЛИЯНИЕ ПОДАТЛИВОСТИ ОПОР НА КРИТИЧЕСКУЮ ЧАСТОТУ ВРАЩЕНИЯ РОТОРА

Податливость опор оказывает существенное влияние на величину собственных частот колебаний ротора, и как следствие, на величину его критических частот вращения. Если жёсткости опор сопоставимы с жёсткостью вала ротора, то пренебрежение ими приводит к существенным ошибкам в расчетах. Проанализируем влияние податливости опор на динамику простейшего ротора. Пусть ротор вращается на упругих опорах, жесткость которых будем обозначать как C_0 . Для упрощения уравнений будем считать, что диск расположен посередине вала (рис. 6.8).

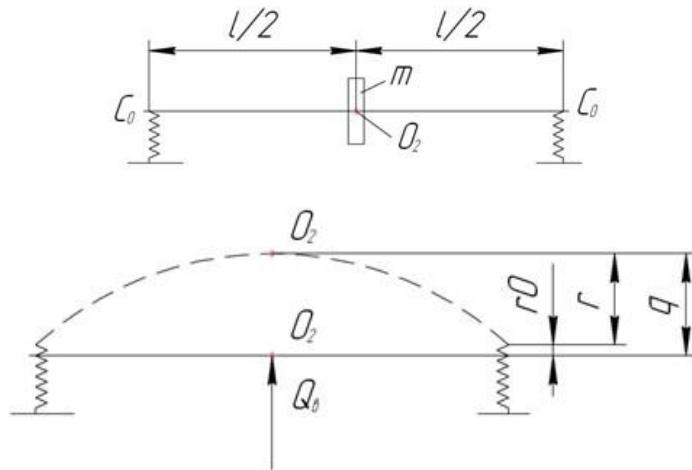


Рис. 6.8. Ротор на податливых опорах

Условие равновесия ротора имеет вид

$$\vec{Q}_{\text{уп}} + \vec{Q}_{\text{ин}} = 0, \quad (6.20)$$

где сила упругости $\vec{Q}_{\text{уп}} = -c_p \vec{q}$. Здесь c_p – жесткость ротора в месте закрепления диска с учетом податливости опор.

Для определения этой жесткости приложим к валу в точке O_2 в произвольном направлении некоторую статическую силу \vec{Q}_b . Под действием этой силы вал прогнётся, опоры ротора деформируются. В результате точка O_2 сместится. Это смещение обозначим вектором \vec{q} . Представим это смещение как сумму двух векторов

$$\vec{q} = \vec{r}_0 + \vec{r} \quad (6.21),$$

где \vec{r} - смещение за счет прогиба вала, \vec{r}_0 - смещение за счет деформирования опор.

Так как сила \vec{Q}_b приложена посередине вала, то каждая из опор будет деформироваться под действием силы $\vec{Q}_b/2$. Найдем связь между смещением \vec{q} и силой \vec{Q}_b . В точке приложения силы должно выполняться условие равновесия

$$\vec{Q}_b + \vec{Q}_{\text{уп}} = 0,$$

где упругая сила $\vec{Q}_{\text{уп}} = -c\vec{r}$. Тогда

$$\vec{Q}_b = -\vec{Q}_{\text{уп}} = c\vec{r} \Rightarrow \vec{r} = \frac{\vec{Q}_b}{c}.$$

Поскольку каждая из опор ротора будет деформироваться под действием силы $\vec{Q}_b/2$:

$$C_0\vec{r}_0 = \frac{\vec{Q}_b}{2} \Rightarrow \vec{r}_0 = \frac{\vec{Q}_b}{2C_0}.$$

Подставляя выражения для r и r_0 в (6.21) получим:

$$\vec{q} = \frac{\vec{Q}_b}{c} + \frac{\vec{Q}_b}{2C_0} = \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{2C_0} \right) \vec{Q}_b.$$

Откуда находим:

$$\vec{Q}_b = \frac{1}{\frac{1}{c} + \frac{1}{2C_0}} \vec{q} = \frac{c}{1 + \frac{c}{2C_0}} \vec{q} = c_p \vec{q}. \quad (6.22)$$

Проектируя равенство (6.20) на оси глобальной системы координат, получим

$$\begin{aligned} -m\ddot{\vec{R}}_x - c_p \vec{q}_x &= 0, \\ -m\ddot{\vec{R}}_y - c_p \vec{q}_y &= 0. \end{aligned} \quad (6.23)$$

Обозначая $p^2 = \frac{c_p}{m}$ (собственная частота колебаний ротора с учетом податливости его опор), и учитывая выражения (6.1) и (6.2), получим

$$\begin{aligned} \ddot{\vec{q}}_x + p^2 \vec{q}_x &= e\omega^2 \cos \omega t, \\ \ddot{\vec{q}}_y + p^2 \vec{q}_y &= e\omega^2 \sin \omega t \end{aligned} \quad (6.24)$$

Решая эту систему так же, как (6.8), получим, что собственная частота ротора на упругих опорах определяется выражением

$$p = \sqrt{\frac{c}{m} \left(\frac{1}{1 + \frac{c}{2C_0}} \right)}. \quad (6.25)$$

Из анализа этого выражения видно, что собственная частота колебания ротора существенно зависит от жесткости опор C_o . Если $C_o=0$, то $p=0$. Если $C_o \rightarrow \infty$, то

$p \rightarrow \sqrt{\frac{c}{m}}$, то есть к собственной частоте ротора на абсолютно жёстких опорах.

Зависимость критической частоты ротора от жесткости опор имеет вид (рис.6.9):

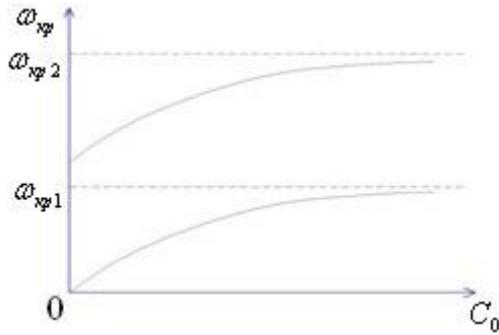


Рис. 6.9. Зависимость критической частоты ротора от жесткости опор

При рассмотрении модели с несколькими степенями свободы можно показать, что при $C_o=0$ обращается в ноль только первая критическая частота, остальные уменьшаются, но не до нуля.

Зависимость критической частоты ротора от жесткости опор позволяет управлять критической частотой в широких пределах при помощи изменения жесткости опор.

6.3. КРИТИЧЕСКИЕ ЧАСТОТЫ ВРАЩЕНИЯ РОТОРА НА АНИЗОТРОПНЫХ УПРУГИХ ОПОРАХ

Из-за особенностей конструкции корпуса двигателя опоры вала могут обладать неодинаковой жёсткостью в горизонтальной и вертикальной плоскостях. (Например, если есть продольный разъем корпуса компрессора, то в плоскости фланца разъема жесткость больше, в перпендикулярной плоскости меньше. Различные ребра опор могут иметь различные жесткости из-за различного диаметра отверстий для подвода и отвода смазки и так далее.) Если такое различие существенно, то в динамике ротора появляются особенности, которые необходимо учитывать при проектировании и доводке двигателя. Рассмотрим динамiku простейшего ротора, вращающегося на упругих анизотропных опорах. Пусть жёсткость опор в горизонтальной плоскости C_{ox} , а в вертикальной C_{oy} . Как и в предыдущем случае считаем, что диск расположен посередине вала, а его центр масс смещён на величину эксцентричности e . Моментами инерции диска и демпфированием в роторе пренебрегаем.

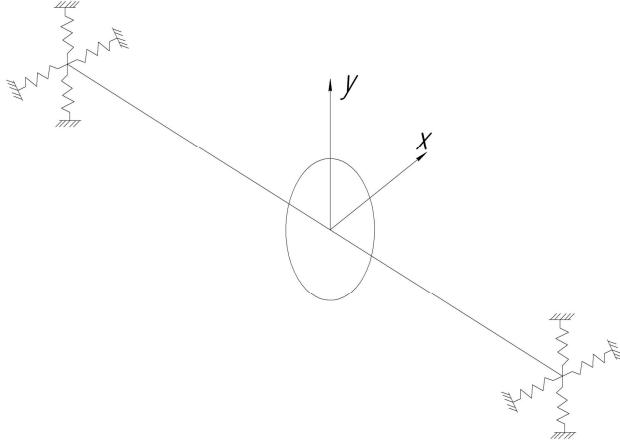


Рис. 6.10. Ротор на анизотропных опорах

Т.к. опоры имеют разную жёсткость в направлениях X и Y, ротор в точке O_2 также обладает жёсткостями, отличными в горизонтальной и вертикальной плоскостях. По аналогии с (6.22) можно записать

$$c_{px} = \frac{c}{1 + \frac{c}{2C_{ox}}}; c_{py} = \frac{c}{1 + \frac{c}{2C_{oy}}}.$$

В этом случае уравнения равновесия (6.3) для диска в проекциях на оси глобальной системы координат принимают вид:

$$\begin{aligned} m\ddot{\tilde{R}}_x + c_{px}\tilde{q}_x &= 0, \\ m\ddot{\tilde{R}}_y + c_{py}\tilde{q}_y &= 0. \end{aligned} \quad (6.26)$$

Обозначим собственную частоту ротора в горизонтальной плоскости:

$$p_x^2 = \frac{c_{px}}{m},$$

в вертикальной плоскости:

$$p_y^2 = \frac{c_{py}}{m}.$$

Учитывая выражения для определения \tilde{R}_x и \tilde{R}_y (6.1) и (6.2), преобразуем (6.26) к следующему виду:

$$\begin{aligned} \ddot{\tilde{q}}_x + p_x^2\tilde{q}_x &= e\omega^2 \cos \omega t; \\ \ddot{\tilde{q}}_y + p_y^2\tilde{q}_y &= e\omega^2 \sin \omega t. \end{aligned} \quad (6.27)$$

Решение (6.27), как и системы (6.8), будем искать в виде вынужденных колебаний:

$$\begin{aligned} \tilde{q}_x &= q_x \cos \omega t, \\ \tilde{q}_y &= q_y \sin \omega t. \end{aligned} \quad (6.28)$$

Подставляя (6.28) в (6.27) получаем выражения для амплитуд колебаний:

$$q_x = \frac{e\omega^2}{p_x^2 - \omega^2}; q_y = \frac{e\omega^2}{p_y^2 - \omega^2}.$$

Таким образом, если опоры ротора анизотропные, и в роторе имеется массовая неуравновешенность $e \neq 0$, то при вращении вала вокруг своей собственной оси возникает прецессионное движение, которое будет описываться уравнениями:

$$\begin{aligned}\tilde{q}_x &= \frac{e\omega^2}{p_x^2 - \omega^2} \cos \omega t; \\ \tilde{q}_y &= \frac{e\omega^2}{p_y^2 - \omega^2} \sin \omega t\end{aligned}\quad (6.29)$$

Из анализа (6.29) можно сделать следующие выводы:

1. Ротор имеет две отличные по величине резонансные частоты колебаний, и, следовательно, две критические частоты вращения $\omega_{1kp} = p_x; \omega_{2kp} = p_y$. Примем для определенности, что $p_y > p_x$.

2. Амплитуда прецессии будет переменной:

$$|\vec{q}| = \sqrt{\tilde{q}_{1x}^2 + \tilde{q}_{2x}^2} \neq const.$$

Следовательно, прецессия является нерегулярной. Движение вала происходит по эллипсу.

Рассмотрим поведение ротора при прохождении через критические частоты вращения. Будем рассматривать движение ротора в течение промежутка времени, за который вал совершают один полный оборот, т.е. $\omega t = 0 \dots 2\pi$.

Разделим весь диапазон частоты вращения ротора на несколько интервалов, и рассмотрим на каждом из них прецессионное движение ротора.

a) $\omega < p_x$ (рис. 6.11):

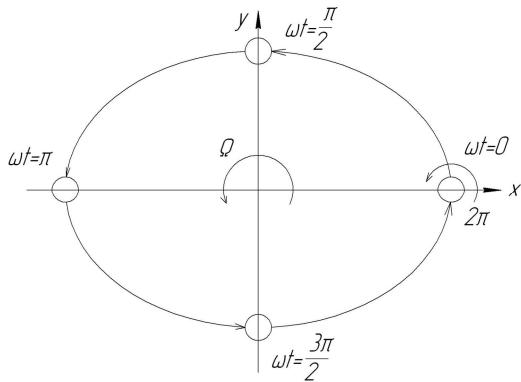


Рис. 6.11. Колебания ротора при $\omega < p_x$

Положения сечения вала при изменении фазы колебаний от 0 до 2π изображены на рисунке. Поскольку $p_x^2 - \omega^2 < p_y^2 - \omega^2$, амплитуда $q_x < q_y$, то есть движение происходит по эллипсу, вытянутому вдоль оси X. Так как $\omega = \Omega$, прецессия является синхронной. Направление вращения при прецессии совпадает с направлением вращения вала вокруг своей оси, следовательно, прецессия является прямой.

б) $\omega \rightarrow p_x$ (рис. 6.12):

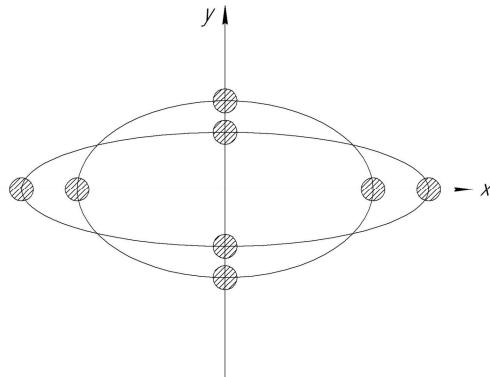


Рис. 6.12. Колебания ротора при $\omega \rightarrow p_x$

При $\omega \rightarrow p_x$ траектория начинает вырождаться в эллипс, вытягиваться вдоль оси X. При $\omega = p_x$ движение фактически превращается в колебания в горизонтальной плоскости.

в) $p_x < \omega < p_y$ (рис. 6.13):

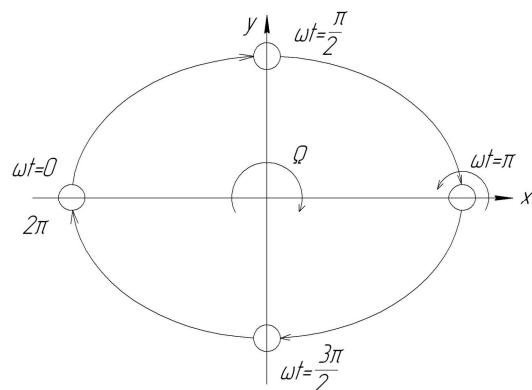


Рис. 6.13. Колебания ротора при $p_x < \omega < p_y$

Из рисунка видно, что ротор совершает обратную нерегулярную синхронную прецессию.

г) $\omega \rightarrow p_y$ (рис. 6.14). При $\omega \rightarrow p_y$ траектория начинает вырождаться в эллипс, вытягиваться вдоль оси Y. При $\omega = p_y$ движение фактически превращается в колебания в вертикальной плоскости.

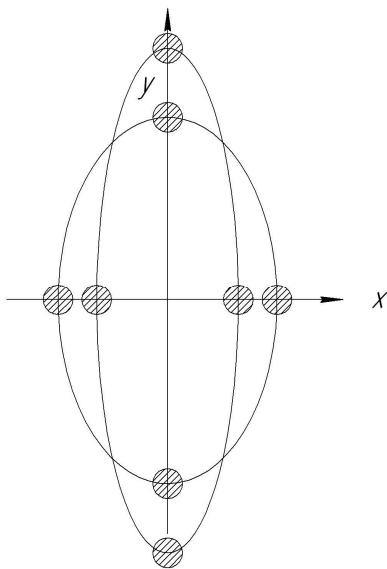


Рис. 6.14. Колебания ротора при $\omega \rightarrow p_y$

д) $\omega > p_y$ (рис. 6.15):

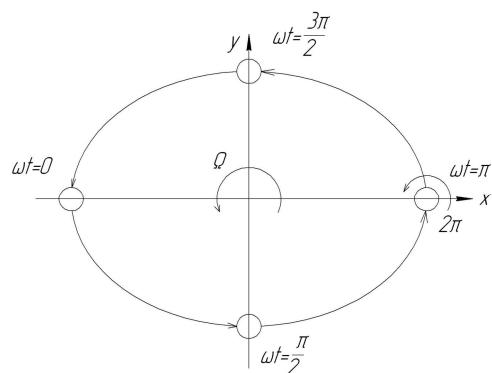


Рис. 6.15. Колебания ротора при $\omega > p_y$

Из рисунка видно, что ротор вновь совершают прямую нерегулярную синхронную прецессию.

6.4. ВЛИЯНИЕ ГИРОСКОПИЧЕСКОГО МОМЕНТА НА СОБСТВЕННЫЕ ЧАСТОТЫ КОЛЕБАНИЙ РОТОРА

Пусть простейший ротор вращается на абсолютно жестких шарнирных опорах вокруг собственной оси с угловой скоростью ω и одновременно совершает прецессию вокруг оси опор с угловой скоростью Ω . Считаем, что в данном случае диск с моментом инерции J расположен не посередине вала. При прогибе вала диск ротора повернётся на

некоторый угол $\vec{\beta}$ (рис. 6.16). При прецессии он всегда нормален плоскости, в которой происходит изгиб вала, и, следовательно, к вектору прогиба вала \vec{r} .

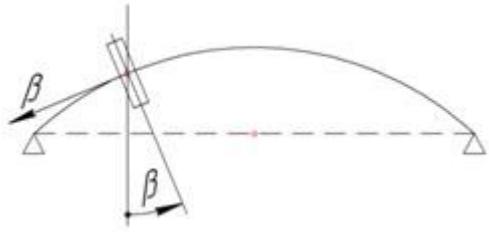


Рис. 6.16. Колебания ротора с диском, расположенным не посередине вала

При прецессионном движении на ротор действует гироскопический момент M_Γ . Из теоретической механики известно, что $\vec{M}_\Gamma = J(\vec{\omega} \times \vec{\Omega})$; $|M_\Gamma| = J\omega\Omega \sin \tilde{\beta} \approx J\omega\Omega\beta$, где β - угол между векторами $\vec{\omega}$ и $\vec{\Omega}$. Вектор гироскопического момента направлен таким образом, что со стороны его стрелки кратчайший поворот вектора $\vec{\omega}$ к вектору $\vec{\Omega}$ виден против часовой стрелки. Из рисунка (6.17) видно, что при прямой прецессии гироскопический момент стремится вернуть диск в исходное положение, т.е. он увеличивает возвращающий момент, что эквивалентно увеличению жёсткости. Таким образом, гироскопический момент при прямой прецессии увеличивает жёсткость вала и, как следствие, все его собственные частоты колебания и критические частоты.

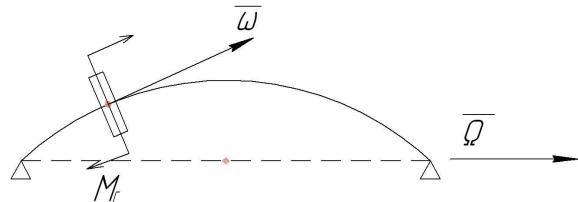


Рис. 6.17. Случай прямой прецессии

При обратной прецессии (рис. 6.18) гироскопический момент уменьшает упругий возвращающий момент, что эквивалентно уменьшению жесткости системы.

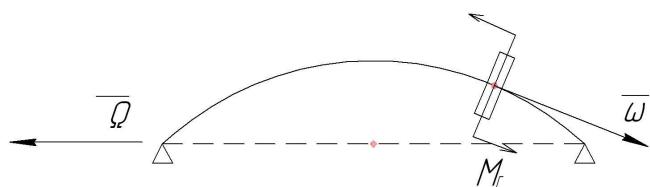


Рис. 6.18. Случай обратной прецессии

Графически зависимость собственной частоты колебаний ротора от частоты прецессии имеет вид (рис. 6.19.):

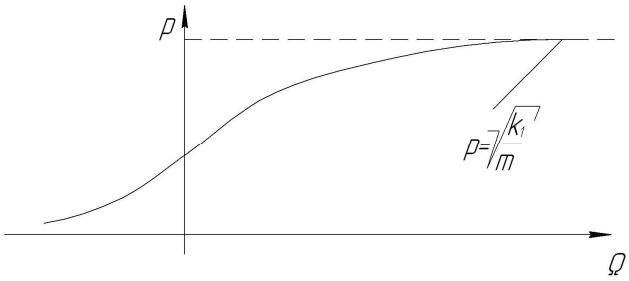


Рис. 6.19. Зависимость собственной частоты колебаний ротора от частоты прецессии

$$\text{При } \Omega \rightarrow \infty \Rightarrow p = \sqrt{\frac{c}{m}}.$$

6.5. КРИТИЧЕСКИЕ ЧАСТОТЫ АНИЗОТРОПНОГО ВАЛА

Вал может иметь различную жесткость c_x и c_y в направлении осей X и Y вследствие различных канавок, пазов, а также из-за погрешностей изготовления. Можно показать, что в диапазоне частот

$$\omega \in \left[\sqrt{\frac{c_x}{m}}, \sqrt{\frac{c_y}{m}} \right] \quad (6.30)$$

ротор теряет устойчивость. Движение ротора происходит с непрерывным нарастанием амплитуды, до тех пор, пока вся энергия колебаний не будет уходить на преодоление сил трения, или пока вал не разрушится. Все частоты, лежащие в диапазоне (1.30), являются критическими.

6.6. МЕТОДЫ БОРЬБЫ

С ОПАСНЫМИ ИЗГИБНЫМИ КОЛЕБАНИЯМИ РОТОРОВ

Существует три способа снижения уровня поперечных вибраций ротора:

- 1) уравновешивание ротора (балансировка);
- 2) отстройка от опасных резонансных режимов (частотная отстройка)
- 3) введение в конструкцию опор специальных гасителей колебаний (демпферов).

Балансировка

Главным источником возбуждения изгибных колебаний ротора является его массовая неуравновешенность. Чем больше неуравновешенность, тем больше уровень вибрации. Уровень вибрации зависит от частоты вращения. Он особенно велик на резонансе.

Для того, чтобы ротор находился в состоянии динамического равновесия, необходимо, чтобы выполнялось два условия:

- 1) $\vec{F} = \sum \vec{F}_i = 0$ - главный вектор всех неуравновешенных сил равен нулю.
- 2) $\vec{M} = \sum \vec{M}_i = 0$ - главный момент всех неуравновешенных сил равен нулю, где

\vec{F}_i - сила от неуравновешенной массы, \vec{M}_i - момент от неуравновешенной силы.

Этого добиваются, подвешивая ротор на специальном балансировочном станке и добавляя в необходимых местах небольшие грузы (обычно в турбине) или убавляя массу в необходимых местах (для этого обычно сошлифовывается часть периферии диска компрессора).

Частотная отстройка

Частотная отстройка – это смещение критической частоты вращения ротора за пределы рабочего диапазона частот вращения ротора (рис. 6.20).

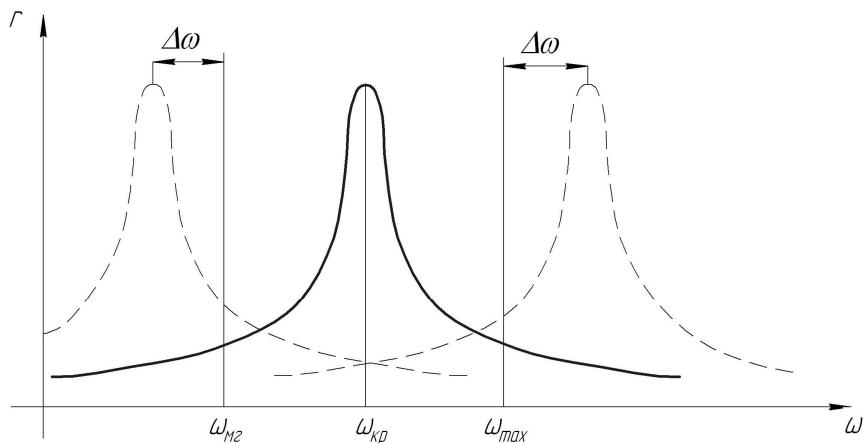


Рис. 6.20. Частотная отстройка

Если вывод критической частоты осуществляется за ω_{\max} , то это отстройка называется отстройкой вверх, если отстройка осуществляется за ω_{l2} , то это отстройка вниз.

Отстройка должна осуществляться с некоторым запасом $\Delta\omega$, который должен быть не менее 10 %, а в некоторых случаях достигает 50 %.

При отстройке вверх ротор не проходит резонанс, но отстройка вверх сопровождается увеличением массы, и ротор является жестким, не используя преимущества самоцентрирования. При отстройке вниз при запуске ротор проходит через резонанс, что приводит к повышенным вибрациям. Для борьбы с ними обычно необходим демпфер.

Изменение критической частоты вала обычно производится не за счет изменения толщины вала (уменьшение толщины ведет к потере валом статической прочности, увеличение толщины ведет к чрезмерному росту массы), а за счет изменения жесткости опор.

Демпфирование

Демпфер – это специальное устройство, рассеивающее энергию колебаний на трение. Существуют гидродинамические демпферы, в которых энергия колебаний рассеивается на вязкое трение в жидкости (рис. 6.21), и демпферы сухого трения (пластиначатые), в которых энергия колебаний рассеивается на трение пластин (рис. 6.22).

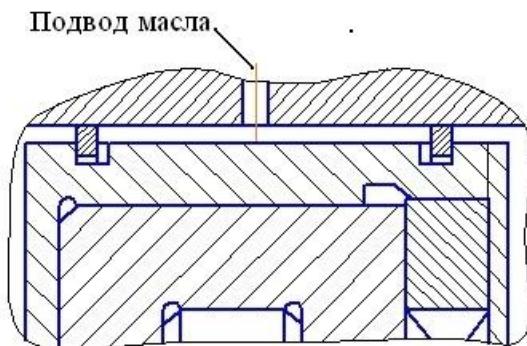


Рис. 6.21. Гидродинамический демпфер

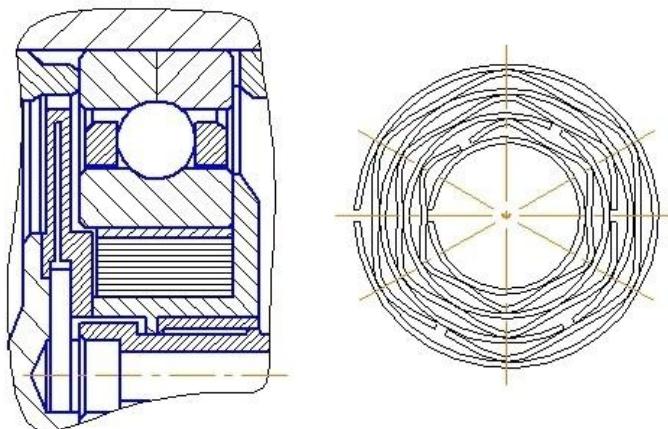


Рис. 6.22. Демпфер сухого трения

Введение в опоры ротора демпферов позволяет снизить прогиб вала при прохождении через резонанс за счёт рассеяния энергии колебания. Амплитудно-частотная характеристика ротора с различной степенью демпфирования показана на рис. 6.23.

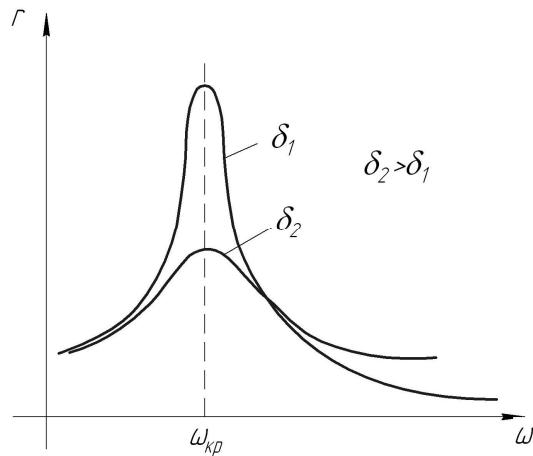


Рис. 6.23. Влияние демпфирования на колебания

7. ОСНОВЫ ВИБРОДИАГНОСТИКИ

Вибродиагностика – это определение состояния двигателя по его вибрации.

Преимущества вибродиагностики – своевременное обнаружение дефекта (до того, как он приведет к отказу двигателя), возможность узнавать о состоянии двигателя непосредственно при его эксплуатации, а не при разборке на заводе. Применение вибродиагностики позволило перейти от эксплуатации двигателей по ресурсу к эксплуатации по техническому состоянию. При эксплуатации по ресурсу двигатель после исчерпания назначенного ресурса необходимо было снять с самолета, отправить на завод, разобрать, осмотреть – и в большинстве случаев убедиться в том, что двигатель работоспособен, и все эти операции являются излишними. При эксплуатации по техническому состоянию известно состояние данного конкретного двигателя на самолете – может ли он далее безопасно эксплуатироваться или нуждается в ремонте.

Вибрационный сигнал от двигателя можно подвергнуть гармоническому анализу (разложению по частотам $A = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \cos(m\omega_0 - \psi_m)$) и получить спектр вибрации двигателя (рис. 7.1).

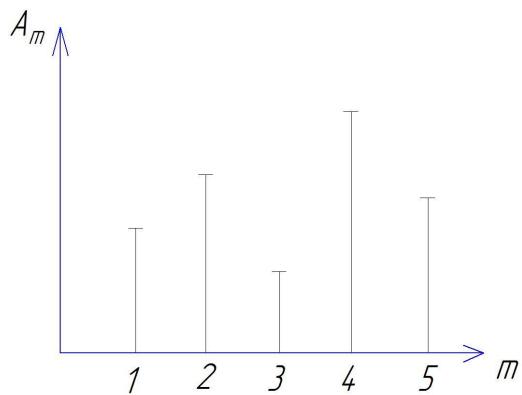


Рис. 7.1. Спектр вибрации двигателя

Эталонный спектр вибрации – это спектр исправного двигателя. С ним сравнивается спектр вибрации данного конкретного двигателя. Некоторые дефекты (например, развитие трещин) могут повести к уменьшению вибрации, поэтому внезапное уменьшение уровня вибрации также является опасным. На первых этапах вибродиагностики в качестве критерия уровня вибрации использовалось среднеквадратичное значение амплитуд вибрации. Если эта величина изменялась на 20 %

за один полет или на 40 % за три полета (неважно – в сторону увеличения или уменьшения), считалось, что двигатель следует вывести из эксплуатации.

Современное компьютерное оборудование позволяет сравнивать непосредственно спектры вибраций и определять, какое отклонение от эталонного является допустимым, а какое недопустимо. Если в базе данных есть спектры вибрации двигателей с известными дефектами, по спектру вибрации данного конкретного двигателя можно предположить, какой именно дефект развивается в этом двигателе.

По вибрации обнаруживаются отказы в самых важных узлах двигателя – турбокомпрессоре, трансмиссиях, форсажной камере.

Система эксплуатации двигателя по техническому состоянию, кроме вибродиагностики, должна включать систему осмотра внутренних частей двигателя (в первую очередь лопаток, дисков и жаровых труб) при помощи авиаскопов, системы контроля давления и температуры в различных сечениях газового потока (причем должно контролироваться не только значение величины, но и его равномерность в различных точках сечения), системы контроля температуры масла и стружки в масле, системы контроля температуры подшипников и так далее.

8. ОСНОВЫ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Современная техника имеет очень длительные сроки работы, и необходимо гарантировать ее работоспособность в течение этого срока. Убедиться в этом непосредственно при помощи испытаний невозможно, так как невозможно ждать результатов испытаний несколько лет, а сами испытания могут быть очень дорогостоящими (невозможно держать работающий двигатель на стенде 10 000 часов – это больше года). Поэтому применяются сокращенные по времени испытания, эквивалентные по нагрузке работе двигателя.

Основой для установления эквивалентности может быть предел длительной прочности $\sigma_{\text{ср}}^T$. Он зависит от времени и температуры. Поэтому можно проводить испытания в течение уменьшенного срока при повышенных напряжениях и температуре.

При переменных нагрузках основой для установления эквивалентности служит предел выносливости σ_{-1} . Он зависит от числа циклов нагружения (то есть, фактически от времени). Поэтому можно уменьшить количество циклов нагрузки при испытаниях, увеличив напряжение. Если требуется обеспечить работоспособность детали в течение N_2 циклов нагружения при напряжении σ_2 , можно проводить испытания в течение N_1 циклов при напряжении σ_1 (рис. 8.1).

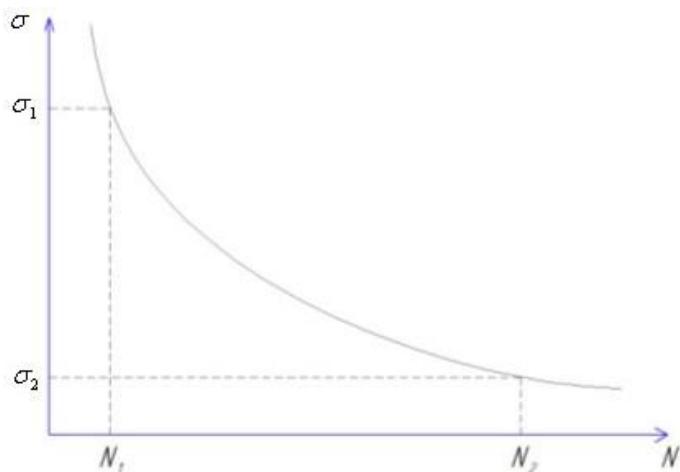


Рис. 8.1. Выбор напряжения для эквивалентных испытаний

Учебное издание

Уланов Александр Михайлович

**ДИНАМИКА И ПРОЧНОСТЬ АВИАЦИОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ
И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УСТАНОВОК**

Учебное пособие

Редактор

Доверстка

Подписано в печать . Формат 60x84 1/16.

Бумага офсетная. Печать офсетная.

Печ. л. .

Тираж экз. Заказ . Арт. С - /2011

Самарский государственный
аэрокосмический университет.
443086 Самара, Московское шоссе, 34.

Изд-во Самарского государственного
аэрокосмического университета.
443086 Самара, Московское шоссе, 34.